ИСТОРИЯ И МЕТОДОЛОГИЯ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

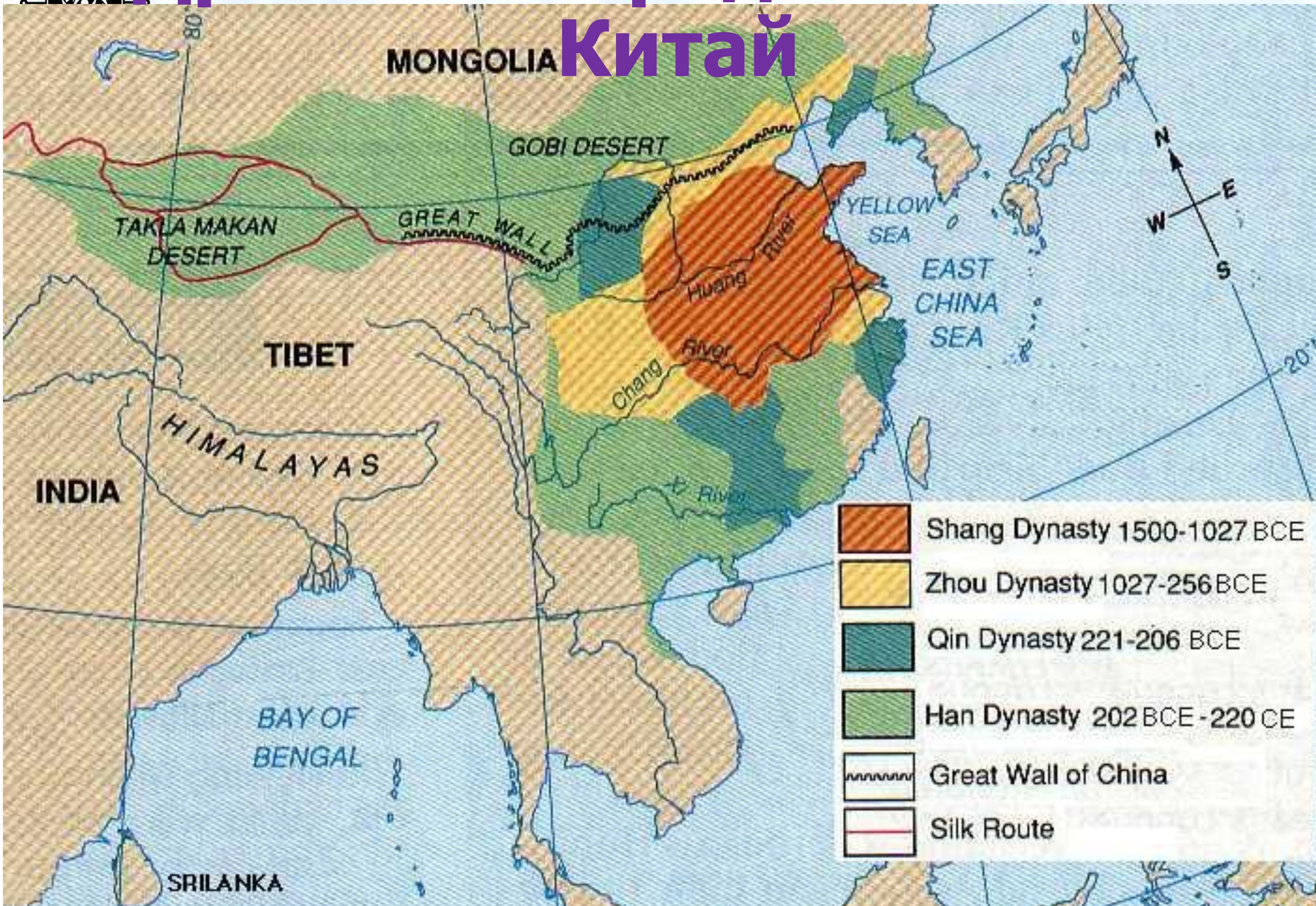
Лекция 4:
Математика Средневековья. Новое Время

ВМК МГУ им. М.В. Ломоносова, Кафедра АСВК
к.ф.-м.н., доцент Волканов Д.Ю.

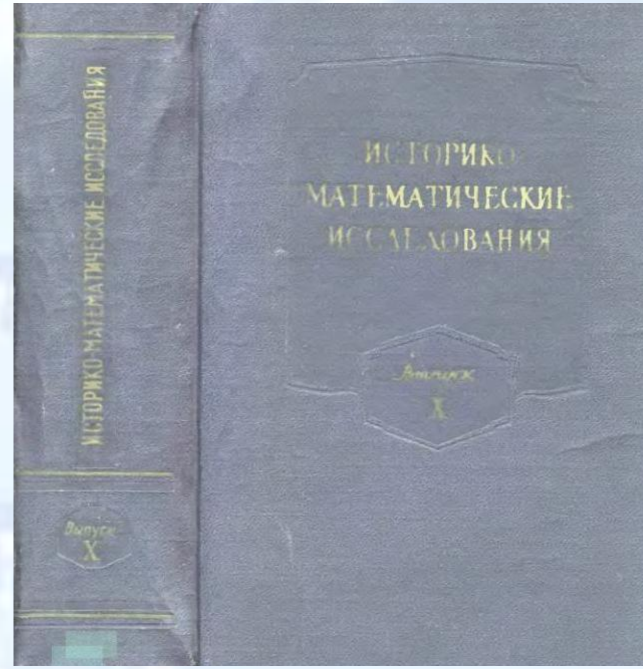
План лекции

- Древний и средневековый Китай
- Древний и средневековый Индия
- Математика в странах ислама
- Европейское средневековье
- Математика на службе астрономии

Древний и средневековый Китай



Древний и средневековый тай



Юшкевич А.П. О достижениях китайских ученых в области математики // ИМИ, 1955. № 8. С. 539–572.

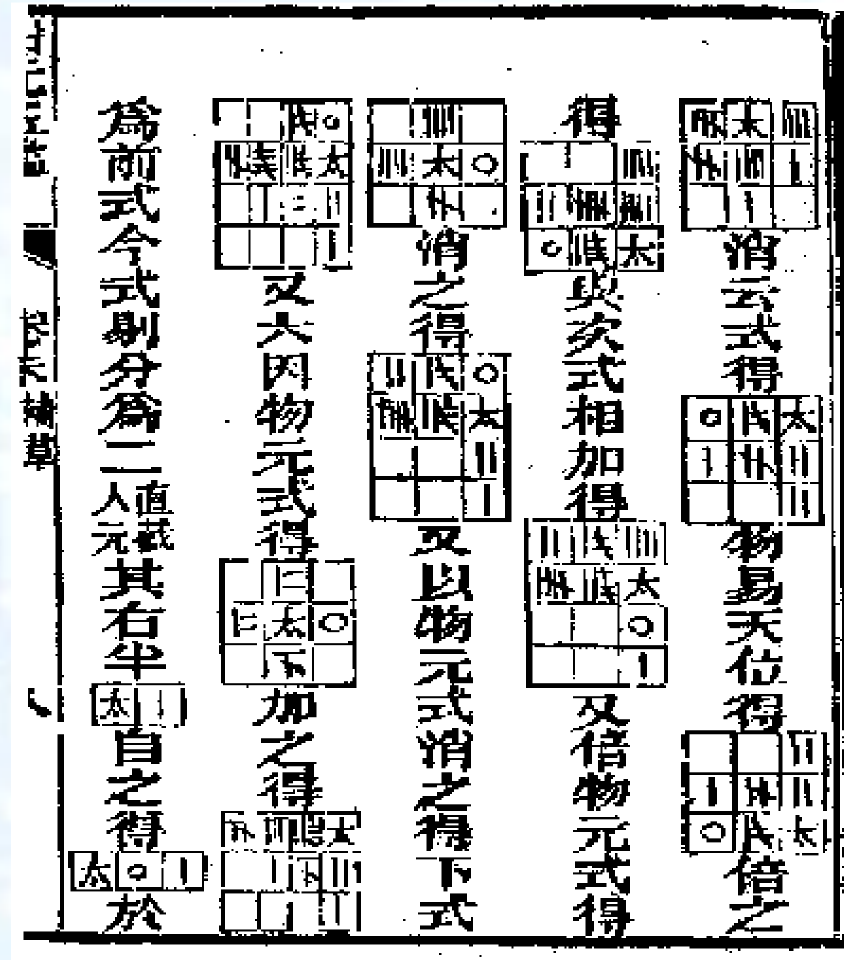
Математика в девяти книгах / Перевод *Э.И. Березкиной*. // ИМИ, 1957. № 10. С. 439–513.

Раик А.Е. Очерки по истории математики в древности. – Саранск: Мордовское книжное изд-во, 1967.

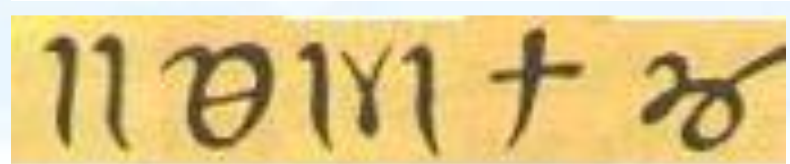
Хуан Т. О древнекитайском трактате “Математика в девяти книгах” в русском переводе”// *УМН*, 1958, т.**13, в.**5. С.235–237

ОСНОВНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ТРАКТАТЫ

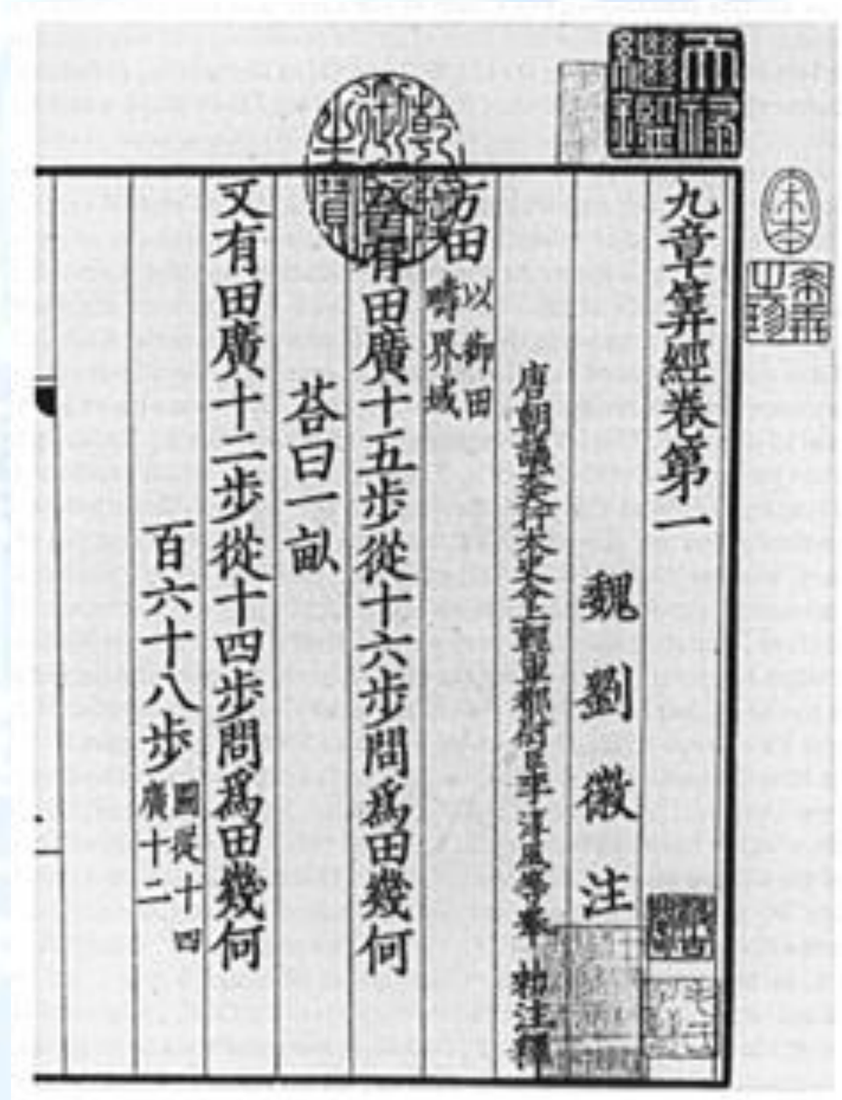
- ❖Девять отделов арифметики
- ❖Математика в девяти книгах (II в до н.э.)
- ❖Трактат об измерительном шесте (II в до н.э.)
- ❖Математический трактат Сунь-Цзы
- ❖Драгоценное зеркало четырех элементов (Чжу ши Цзе, 1303)
- ❖Девять отделов искусства счета (XIII век, комментарии Цинь Цзю-шао к трактату VII в.)
- ❖Начала искусства вычисления»(1593 г.).



235



Математика в девяти книгах



九章算經卷第一

魏 劉徽 注

唐朝議大夫行太史令上輕車都尉臣李淳風等奉勅注釋

方田 以御田疇界域

今有田廣十五步從十六步問爲田幾何

荅曰一畝

又有田廣十二步從十四步問爲田幾何

荅曰百六十八步 圖從十四廣十二

方田 *Фан тянь* (Измерение полей)

粟米 *Су ми* (Соотношение между различными видами зерновых культур)

衰分 *Шуай фэнь* (Деление по ступеням)

少廣 *Шао гуан*

商功 *Шан гун* (Оценка работ)

均輸 *Цзюнь шу* (Пропорциональное распределение)

盈不足 *Ин бу цзу* (Избыток-недостаток)

方程 *Фан чэн* .

勾股 *Гоу гу*

Математика в девяти книгах, арифметика

П р о п о р ц и о н а л ь н о е р а с п р е д е л е н и е

Правило: в качестве ступеней возьми каждое количество дворов в уезде, объединенное [2] с количеством дней пути для данного уезда. Ступень *А*—125, каждая из ступеней *Б* и *В*—95, ступень *Г*—61; сложи, это делитель. Количество повозок для налогового зерна умножь на каждую еще не сложенную с другими ступень, это делимое. Объедини делимые и делитель, получишь [искомые количества] повозок. Если имеются дробные [количества], то округли их, умножь 25 ху на количества повозок, это и будут [искомые] количества зерна.

2. Производится пропорциональное распределение поставки людей для выполнения повинности. Уезд *А* в 1200 человек находится около самой крепости, уезд *Б* в 1550 человек—[на расстоянии] 1 дня пути, уезд *В* в 1280 человек—[на расстоянии] 2 дней пути, уезд *Г* в 990 человек—[на расстоянии] 3 дней пути, уезд *Д* в 1750 человек—[на расстоянии] 5 дней пути [3]. Из всех этих пяти уездов в течение месяца должно быть послано [в крепость] 1200 человек. Спрашивается, сколько человек [должен послать] каждый уезд, если учитывать расстояние и количество человек [4]?

Ответ: уезд *А*—229 человек,
уезд *Б*—286 человек,
уезд *В*—228 человек,
уезд *Г*—171 человек,
уезд *Д*—286 человек.

Имеется бамбук из девяти колен. Объем трех нижних колен 4 шэна, четырех верхних колен 3 шэна. Спрашивается, каковы [объемы] двух средних колен, если объем каждого [колена] отличается от соседних на равную [величину]?

Ответ: самое нижнее [колено] — $1\frac{29}{66}$ шэна, следующее — $1\frac{22}{66}$ шэна, следующее — $1\frac{15}{66}$ шэна, следующее — $1\frac{8}{66}$ шэна, следующее — $1\frac{1}{66}$ шэна, следующее — $\frac{60}{66}$ шэна, следующее — $\frac{53}{66}$ шэна, следующее — $\frac{46}{66}$ шэна, следующее — $\frac{39}{66}$ шэна.

Правило: 4 шэна, разделенные на 3 нижних колена, составляют нижний коэффициент. 3 шэна, разделенные на 4 верхних колена, составляют верхний коэффициент. Из большего нижнего коэффициента вычти верхний меньший, остаток есть делимое. Сумму половин 4 колен и 3 колен вычти из 9 колен, остаток является делителем. Объедини делимое и делитель, получишь [искомое количество] в шэнах, т. е. на столько отличается каждая ступень от соседней. Нижний коэффициент, т. е. 1 с малой половиной шэна, есть объем второго снизу колена [17].

Математика в девяти книгах, правило двух ложных положений

18. Имеется 9 слитков золота и 11 слитков серебра, их взвесили, вес как раз совпал. Переложили слиток золота и слиток серебра, золото стало легче на 13 ланов. Спрашивается, каков вес слитка золота и слитка серебра, каждого в отдельности?

Ответ: вес [слитка] золота 2 цзиня 3 лана 18 чжу, вес [слитка] серебра 1 цзинь 13 ланов 6 чжу.

Правило: предположим, что [вес слитка] золота 3 цзиня, тогда [вес слитка] серебра $2\frac{5}{11}$ цзиня, недостаток [равен] 49 в правой строке. Предположим, что [вес слитка] золота 2 цзиня, тогда [вес слитка] серебра $1\frac{7}{11}$ цзиня. Избыток 15 в левой строке. Каждый знаменатель умножь на количества, содержащиеся в этих строках. Избыток и недостаток умножь крест-накрест на предположенные нормы, сложи, это делимое.
Сложи избыток и недостаток, это делитель. Объедини делимое и делитель, получишь вес [слитка] золота. Знаменатель умножь на делитель, раздели на него [делимое], получишь вес [слитка] серебра. Сократи, получишь [искомую] дробь [12].

$$\begin{cases} 9x = 11y \\ 8x + y + 13 = 10y + x \end{cases}$$

$$x = \frac{c_1 x_2 - c_2 x_1}{c_1 - c_2}$$

$$y = \frac{c_1 y_2 - c_2 y_1}{c_1 - c_2}$$

Математика в девяти книгах, правило двух ложных положений

1 цзинь=16 лан   1 лан = 24 чжоу

$$\begin{cases} 9x = 11y \\ 8x + y + 13 = 10y + x \end{cases}$$

Избыток: x_1=2 цзиня, y_1=18/11 цзиня,

Недостаток: x_2=3 цзиня, y_2=27/11 цзиня,

$$c_1 = 16 + \frac{18}{11} + \frac{13}{16} - \frac{180}{11} - 2 = 16 + \frac{13}{16} - 14\frac{8}{11} - 2 = 1\frac{3}{11} - 1\frac{3}{16} = \frac{14 \cdot 16 - 19 \cdot 11}{11 \cdot 16} = \frac{15}{11 \cdot 16}$$

$$c_2 = 24 + \frac{27}{11} + \frac{13}{16} - \frac{270}{11} - 3 = 24 + \frac{13}{16} - 22\frac{1}{11} - 3 = 1\frac{10}{11} - 2\frac{3}{16} = \frac{21 \cdot 16 - 35 \cdot 11}{11 \cdot 16} = -\frac{49}{11 \cdot 16}$$

$$x = \frac{3 \cdot 15 + 49 \cdot 2}{64} = \frac{143}{64} = 2\frac{15}{64} \text{ цзиня} = 2 \text{ цзиня } \frac{15}{4} \text{ лана} = 2 \text{ цзиня } 3\frac{3}{4} \text{ лана} = 2 \text{ цзиня } 3 \text{ лана } 18 \text{ чжу}$$

$$y = \frac{143/64}{11/9} = \frac{13 \cdot 9}{64} = \frac{117}{64} = 1\frac{53}{64} \text{ цзиня} = 1 \text{ цзинь } \frac{53}{4} \text{ лана} = 1 \text{ цзинь } 13\frac{1}{4} \text{ ланов} = 1 \text{ цзинь } 13 \text{ ланов } 6 \text{ чжу}$$

Математика в девяти книгах, Правило Фэн чэн

Из 3 снопов хорошего урожая, 2 снопов среднего урожая и 1 снопа плохого урожая получили 39 доу [зерна]. Из 2 снопов хорошего урожая, 3 снопов среднего урожая и 1 снопа плохого урожая получили 34 доу [зерна]. Из 1 снопа хорошего урожая, 2 снопов среднего урожая и 3 снопов плохого урожая получили 26 доу [зерна]. Спрашивается, сколько [зерна] получили из каждого снопа хорошего, среднего и плохого урожаев?

Ответ: из 1 снопа хорошего урожая $9\frac{1}{4}$ доу,

из 1 снопа среднего урожая $4\frac{1}{4}$ доу,

из 1 снопа плохого урожая $2\frac{3}{4}$ доу.

[Правило] «фан-чэн»

Правило: расположи 3 снопа хорошего урожая, 2 снопа среднего урожая, 1 сноп плохого урожая, составляющие [их] 39 доу [зерна] с правой стороны. [Расположи] посредине и слева [количества снопов] урожаев в таком же порядке, как и с правой стороны [2]. [Числа] среднего столбца умножь на [количество] [снопов] хорошего урожая в правом столбце и образуй остатки. И еще раз так же образуй остатки до тех пор, пока не исчерпается все до [количество снопов] среднего урожая в среднем столбце [3]. И снова образуй остатки до тех пор, пока не исчерпается все до [количество снопов] плохого урожая в левом столбце. Верхнее [число] есть делитель, нижнее [число] есть делимое, делимое для [искомого количества] снопов плохого урожая. [Чтобы] найти [делимое] для среднего урожая, нижнее составляющее среднего столбца умножь на делитель и вычти делимое для плохого урожая. Остаток объедини с количеством снопов среднего урожая, это и будет делимое для среднего урожая. [Чтобы] найти [делимое] для хорошего урожая, нижнее составляющее [количество] правого столбца также умножь на делитель, исключи делимые для плохого урожая и среднего урожая [4], объедини остаток с количеством снопов хорошего урожая, это и будет делимое для хорошего урожая. Все делимые объедини с делителем, получатся [искомые количества] в доу [5].

Правило Фэн чэн

доу».

Задача сводится к решению системы уравнений:

$$\begin{cases} 3x+2y+\ z=39 \\ 2x+3y+\ z=34 \\ x+2y+3z=26 \end{cases}$$

В китайской записи выглядит это так:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 26 & 34 & 39 \end{pmatrix}$$

Далее согласно правилу проводятся следующие преобразования этой таблицы:

П е р в ы й ш а г. Числа среднего столбца умножь на количество снопов хорошего урожая в правом столбце и образуй остатки. Тогда получим:

$$\begin{pmatrix} 1 & 6 & 3 \\ 2 & 9 & 2 \\ 3 & 3 & 1 \\ 26 & 102 & 39 \end{pmatrix}$$

В т о р о й ш а г. И еще раз также образуй остатки до тех пор, пока не исчерпается все до количества снопов среднего урожая в среднем столбце.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 2 & 7 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 26 & 63 & 39 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 5 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 26 & 24 & 39 \end{pmatrix}$$

Т р е т и й ш а г. И снова образуй остатки до тех пор, пока не исчерпается до количества снопов плохого урожая в левом столбце. Будем иметь:

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 3 \\ 6 & 5 & 2 \\ 9 & 1 & 1 \\ 78 & 24 & 39 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 4 & 5 & 2 \\ 8 & 1 & 1 \\ 39 & 24 & 39 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 20 & 5 & 2 \\ 40 & 1 & 1 \\ 195 & 24 & 39 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 15 & 5 & 2 \\ 39 & 1 & 1 \\ 171 & 24 & 39 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 10 & 5 & 2 \\ 38 & 1 & 1 \\ 147 & 24 & 39 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 5 & 5 & 2 \\ 37 & 1 & 1 \\ 123 & 24 & 39 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & 5 & 2 \\ 36 & 1 & 1 \\ 99 & 24 & 39 \end{pmatrix}$$

Ч е т в е р т ы й ш а г. Верхнее число (36) есть делитель, нижнее число (99) есть делимое для искомого количества снопов плохого урожая.

П я т ы й ш а г. Чтобы найти делимое для среднего урожая, нижнее составляющее среднего столбца умножь на делитель и вычти делимое для плохого урожая. Остаток объедини с количеством снопов среднего урожая, это и будет делимое для среднего урожая.

Таким образом «делимое» для y будет:

$$\frac{24\cdot 36-99}{5}=A.$$

Ш е с т о й ш а г. Чтобы найти делимое для хорошего урожая, нижнее составляющее количество первого столбца также умножь на делитель, исключи делимое для первого урожая и среднего урожая, объедини остаток с количеством снопов хорошего урожая, это и будет делимое для хорошего урожая.

В соответствии с этим «делимое» для x будет:

$$\frac{39\cdot 36-99-2A}{3}=B.$$

С е д ь м о й ш а г. Все делимые объедини с делителем, получатся искомые количества в доу.

Следовательно, будем иметь:

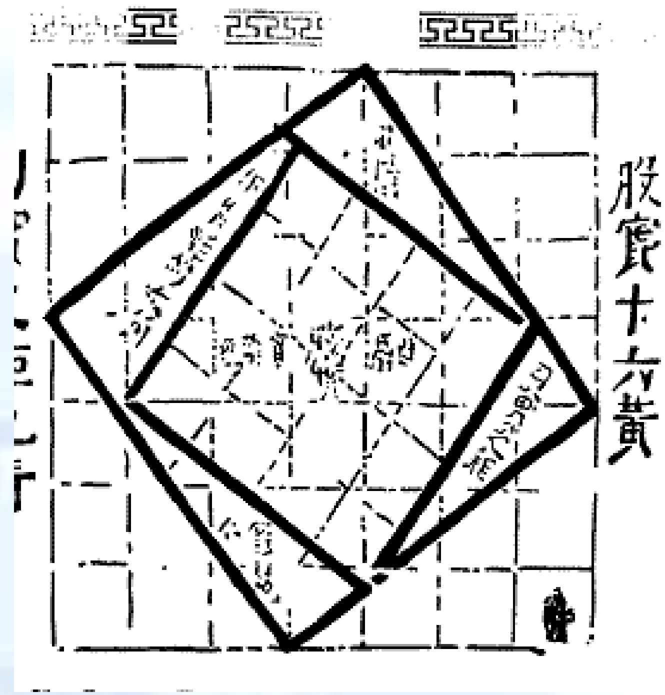
$$z=\frac{99}{36}=\frac{11}{4}=2\frac{3}{4}\ \text{(доу)};$$

$$y=\frac{A}{36}=4\frac{1}{4}\ \text{(доу)};$$

$$x=\frac{B}{36}=9\frac{1}{4}\ \text{(доу)}.$$

Геометрия

Чжан Хэн (II в.н.э.) $\pi = \sqrt{10} \approx 3{,}16227$

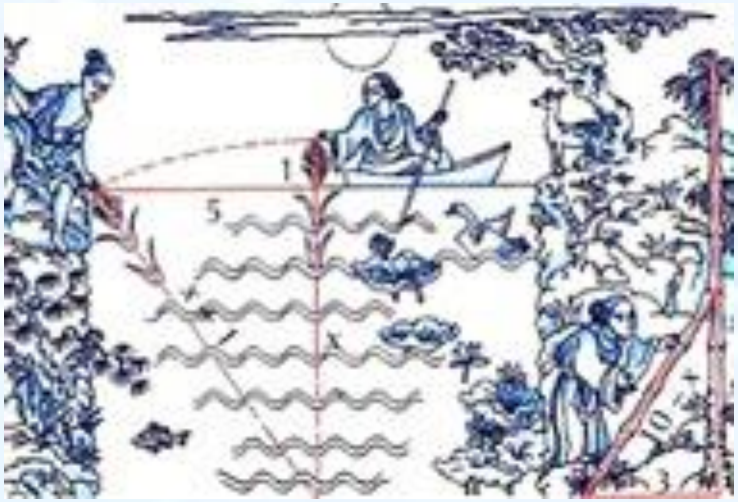


Лю Хуэй (III в.н.э.) $\pi = 157/50$

Цзу Чун-чжи (430-501)
$3{,}1415926 < \pi < 3{,}1415927$

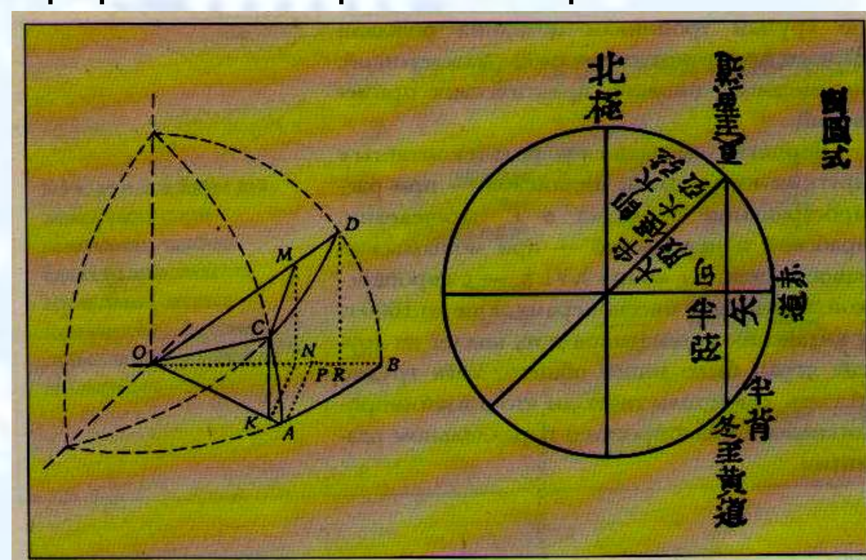
Лю Хуэй «Математика морского острова»

«Имеется водоем со стороной в 1 чжан = 10 чи. В центре его растет камыш, который выступает над водой на 1 чи. Если потянуть камыш к берегу, то он как раз коснётся его. Спрашивается: какова глубина воды и какова длина камыша?».

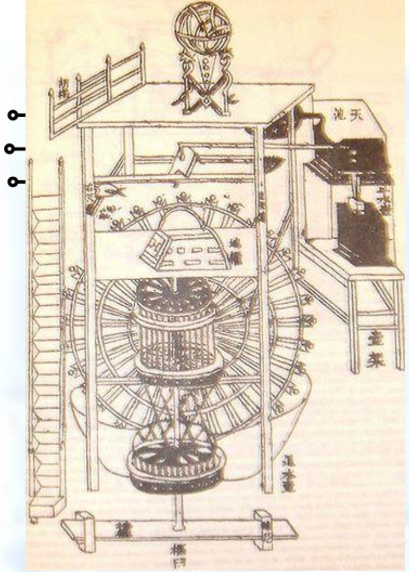


Тригонометрия

- ✓В древности знали тригонометрические свойства прямоугольного треугольника (трактат «Чеу-Пей»)
- ✓ Начало IV века – «Зеркало для измерения круга», Лей Ин Кинг
- ✓Первые сочинения – 7-8 век н.э., «Арифметические классики тригонометрии Чау» (Чай Чванг)
- ✓13 век – Кашу Кинг, первое сочинение по сферической тригонометрии



Задачи по сферической тригонометрии астрономов—составителей календарей Го Шоу Цзина (1276 г., слева) и Син Юн Люя (1600 г., справа).



«Не надо беспокоиться о своем низком социальном уровне, а надо беспокоиться о своем низком уровне морали»
(Чжан Хэн, эпоха династии Хань,изобретатель сейсмографа и армиллярной сферы)

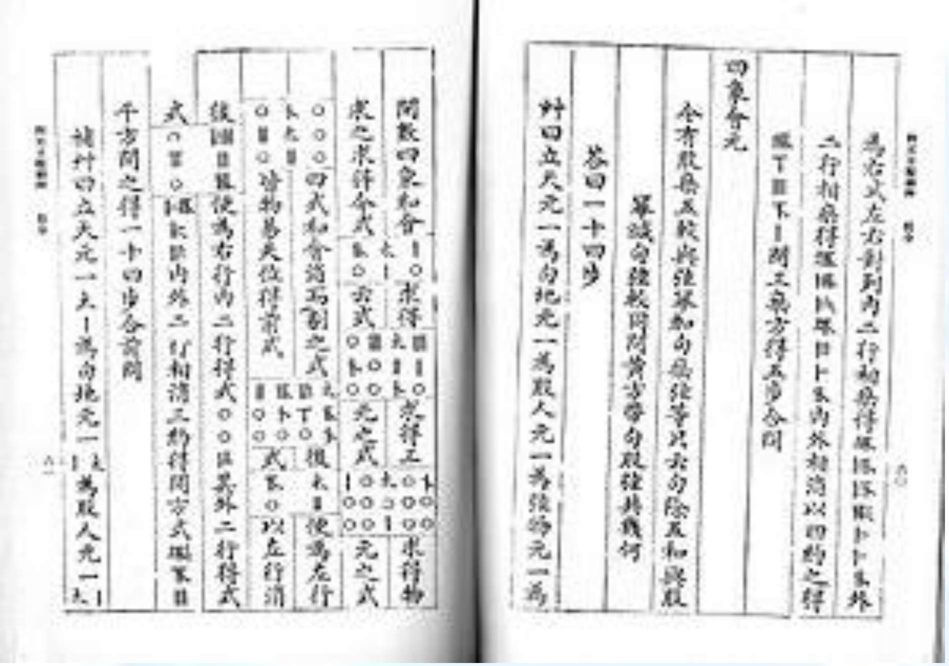
«Метод небесного элемента» – в трактате «Девять отделов искусства счета»

Числовые ряды – в трудах Шень Ко (1030-1094)

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Магический квадрат Ян Хуэя

27	29	2	4	13	36
9	11	20	22	31	18
32	25	7	3	21	23
14	16	34	30	12	5
28	6	15	17	26	19
1	24	33	35	8	1410



«Зеркало четырех начал» (1303)

$$1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{3!}$$

$$1+8+30+80+\cdots+\frac{n^2(n+1)(n+2)}{3!}=\frac{n(n+1)(n+2)(n+3)(4n+1)}{5!}$$

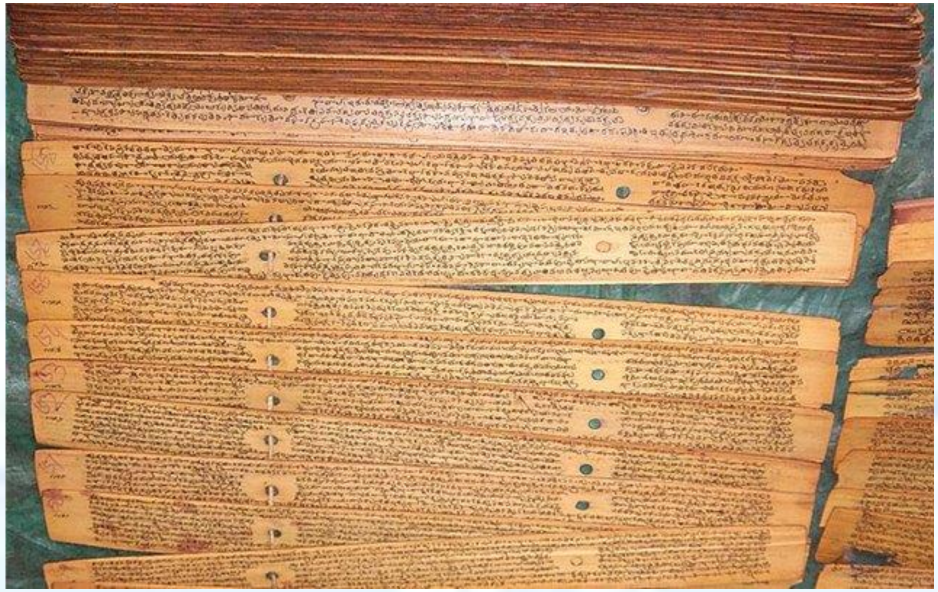
$$6+48+180+\ldots\ldots n^2(n+1)(n+2)=\frac{1}{20}n(n+1)(n+2)(n+3)(4n+1)$$

$$6+90+336+900+\ldots\ldots n^2(n+1)(2n+1)=\frac{1}{10}$$
$$n(n+1)(n+2)(n(4n+1+1/2)+(4n+1/2))$$

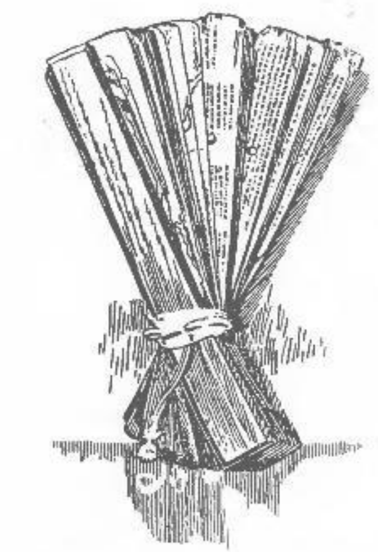
Правила вычисления суммы первых членов арифметической прогрессии и суммы квадратов натуральных чисел наглядно обоснованы Ян Хуэем в трактате 1275 г.

Древняя и средневековая Индия

- ❖Середина III тысячелетия до н.э.
- ❖Рабовладельческие государства - I тысячелетие до н.э., борьба за власть между воинами (кшатриями) и священниками (брахманами).
- ❖ IX в. до н.э. – связь с Вавилоном.
- ❖. VI в. до н.э. – северную часть Индии захватывает персидский царь Дарий
- ❖ V век до н.э. – буддизм
- ❖в IV в. до н.э. приходит Александр Македонский
- ❖IV в. н.э. – северную и центральную Индии объединяет династия Гупта.



I тысячелетие до н.э. - первые священные книги брахманов («Веды»)



VII-V вв. до н.э – «Шулва сутра» («Книга веревки»)

IV в. н.э. – Сиддханты

499 – «Ариабхатиам» Ариабхатты

VI-VIII вв. – анонимная рукопись по арифметике и алгебре

628 – «Усовершенствованная наука Брахмы» Брахмагупты

850 – «Краткий курс арифметики» Магавиры

XI в. – «Курс арифметики» Шриддхары

XII в. – «Венец науки» Бхаскары II

Ариабхата I (476-550)

Бхаскара I (VII в.)

Брахмагупта (598-660)

Шриддхара (VIII-IX вв.)

Магавира (814/815-880)

Ариабхата II (X век)

Бхаскара II (1114 – после 1178)

Мадхава (XIV-XV вв.)

Нарайна (XIVв.)

Ариабхата (476 – ок.550)

$\pi = 3.1416$

«Ариабхатиам»

- Дашагитика – система обозначения чисел (10 строф)
- Ганитапада – математика (33 строфы)
- Калакриапада – определение времени (25 строф)
- Голапада – учение о небесной и земной сферах (50 строф)

Брахмагупта (ок. 598 – 660)

«Усовершенствованная наука Брахмы» (628)

«Сумма двух имуществ есть имущество, двух долгов – долг, сумма имущества и долга – их разность или, если они равны, нуль. Сумма нуля и долга есть долг, имущества и нуля – имущество, двух нулей – нуль. Меньшее вычитается из большего, имущество из имущества, долг из долга, но если вычитается большее из меньшего, значение избытка меняется. Долг, будучи вычтен из нуля, делается имуществом, имущество превращается в долг»

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad}{bd}+\frac{cb}{db}=\frac{ad+cb}{bd}$$

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{ad}{bd}-\frac{cb}{db}=\frac{ad-cb}{bd}$$

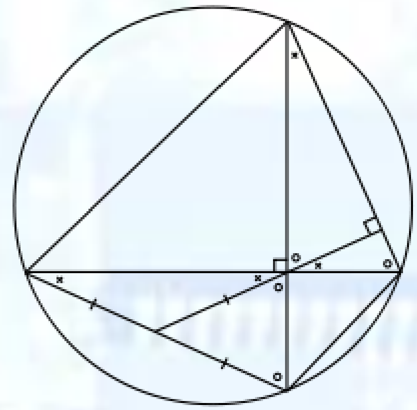
$$a+\frac{b}{c}=\frac{a\times c+b}{c} \qquad \frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$$

"Кхандакхадьяка" (655.), основополагающий труд по астрономии.

Брахмагупта (ок. 598 – 660)

Теорема Брахмагупты

Пусть имеется вписанный четырёхугольник, диагонали которого взаимно перпендикулярны. Опустим из точки пересечения диагоналей перпендикуляр на одну из его сторон. Будучи продолженным по другую сторону от точки пересечения диагоналей, этот перпендикуляр делит противоположную сторону четырёхугольника на две равные части



$$S=\sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}.$$

$$\pi \approx \sqrt{10}$$

$$ax^2 + c = y^2, \quad ax^2 - c = y^2.$$

$8x^2 + 1 = y^2$: (x, y) = (1, 3), (6, 17), (35, 99), (204, 577), (1189, 3363)

$11x^2 + 1 = y^2$: (x, y) = (3, 10), (161/5, 534/5),

$61x^2 + 1 = y^2$: x = 226153980, y = 1766319049 – наименьшее решение

Алгебра (Брахмагупта)

$x^2 =$ ва,
$x^3 =$ гха,
$x^4 =$ ва · ва,
$x^5 =$ ва гха гхата,
$x^6 =$ ва гха,
$x^7 =$ ва ва гха гхата,
$x^8 =$ ва ва ва ,
$x^9 =$ гха гха.

$ax^2 + bx = c$, где $a > 0$, b и c – любые

$4a^2x^2 + 4abx = 4ac$,

$4a^2x^2 + 4abx + b^2 = 4ac + \mathrm{b}$

$$2ax + b = \sqrt{4ac + b^2},$$

$$x = \frac{-b + \sqrt{4ac + b^2}}{2a}.$$

уравнение

$$8x^3 + 4x^2 + 10y^2x = 4x^3 + 12\ \ y^2x$$

записывается в виде

йа гха 8 йа ва 4 ка ва йа 10
йа гха 4 йа ва 0 ка ва йа 12.

Бхаскара II (1114 – 1185)

«Лилавати»

1. Метрология;
2. Действия над целыми числами и дробями и извлечение корней;
3. Способ обращения, способ ложного положения и другие частные приемы решения задач;
4. Задачи на бассейны и смеси;
5. Суммирование рядов;
6. Планиметрия;

7—11. Вычисление различных объемов;

12. Задачи неопределенного анализа;
13. Задачи комбинаторики.

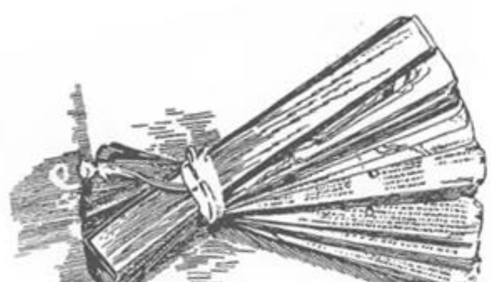
«Биджаганита»

1. Действия над положительными и отрицательными числами;

2—3. Неопределенные уравнения 1-й и 2-й степени;

4. Линейные алгебраические уравнения;
5. Квадратные уравнения;
6. Системы линейных уравнений;

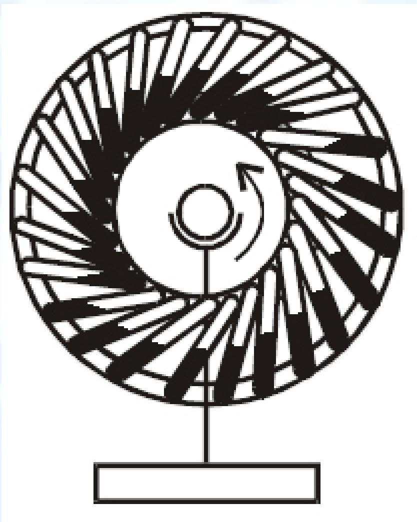
7—8. Неопределенные уравнения 2-й степени.

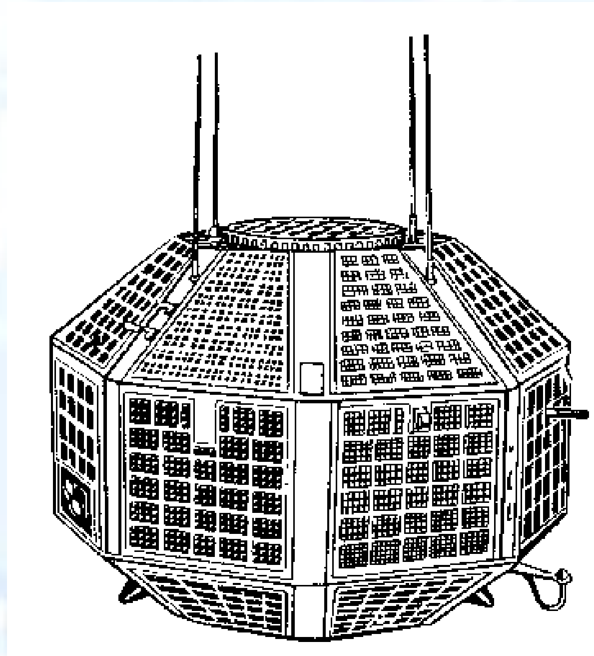


$$y^2 = ax^2 + b$$

$$y^2 = ax^2 + 1$$

Бхаскара II (1114 – 1185)

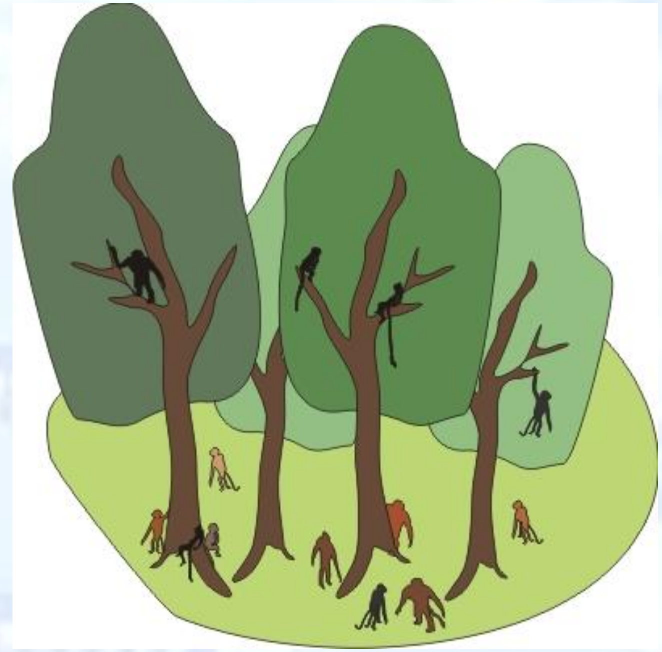




$$\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 - b}}{2}} \pm \sqrt{\frac{a - \sqrt{a^2 - b}}{2}}$$

$$\sqrt{a} \pm \sqrt{b} = \sqrt{a + b \pm 2\sqrt{ab}}$$

$$\frac{x^2}{64} - x + 12 = 0$$



«На две партии разбившись,
Забавлялись обезьяны,
Часть восьмая их в квадрате
В роще весело резвилась.
Криком радостным двенадцать
Воздух свежий оглашали.
Вместе сколько, ты мне скажешь,
Обезьян там было в роще?»

Доказать:

$$\sqrt{16+\sqrt{120}+\sqrt{72}+\sqrt{60}+\sqrt{48}+\sqrt{40}+\sqrt{24}} = \sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{6}$$

$$\sqrt{10+\sqrt{24}+\sqrt{40}+\sqrt{60}} = \sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}$$

$$\sqrt{5+\sqrt{24}} = \sqrt{2}+\sqrt{3}$$

$$\frac{\sqrt{9}+\sqrt{54}+\sqrt{450}+\sqrt{75}}{5+\sqrt{3}} = 3\sqrt{2}+\sqrt{3}$$

Алгебра

«Найти такое число, чтобы, умноженное на 12 и прибавленное к своему кубу, оно давало сумму ушестеренного квадрата искомого числа, увеличенного на 35»

$$x^3 - 6x^2 + 12x = 35.$$

Стоит теперь из левой и правой частей вычесть 8, чтобы в левой части получился полный куб, т. е.:

$$(x - 2)^3 = 27.$$

Откуда:

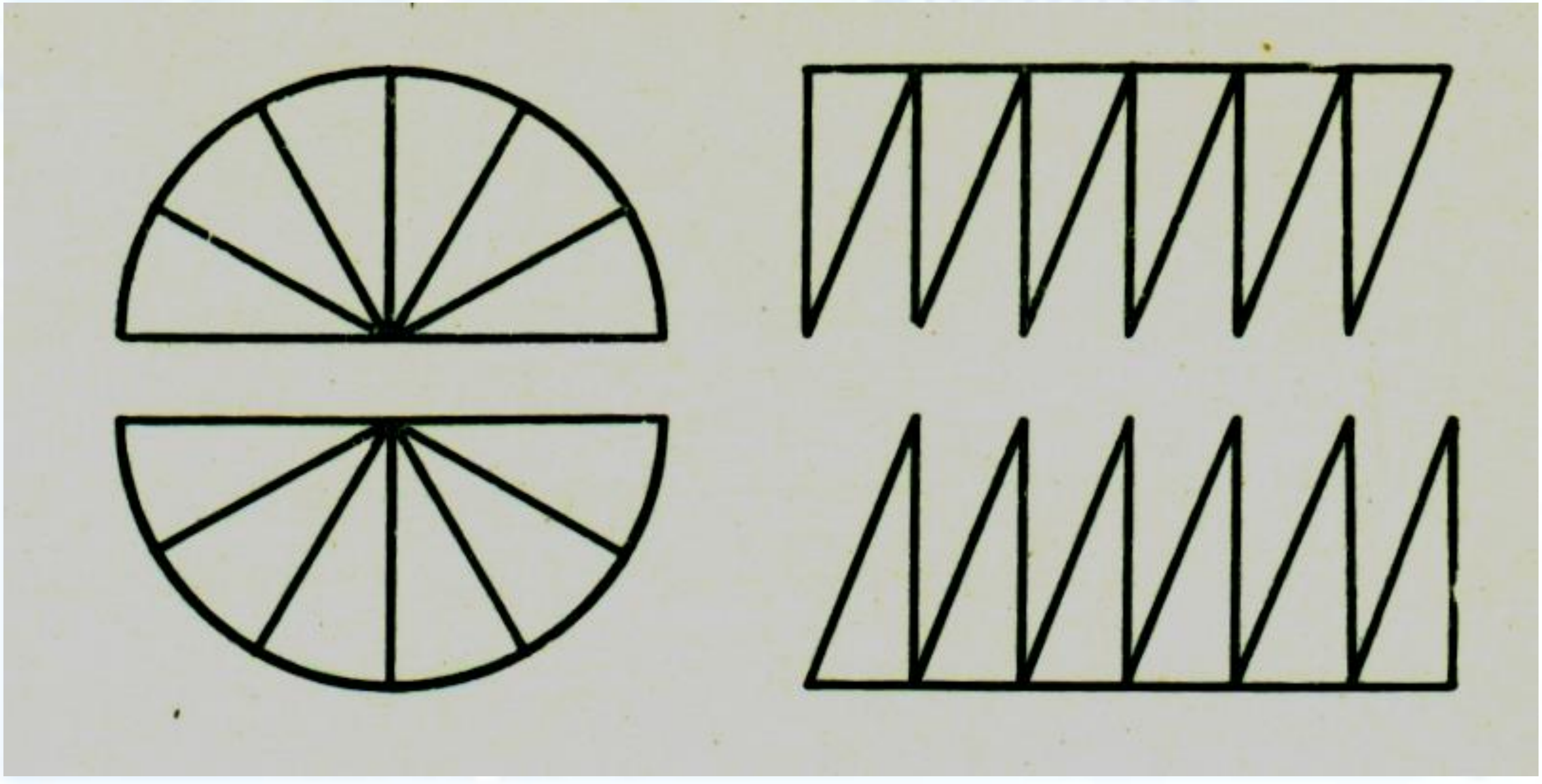
$$x - 2 = 3.$$

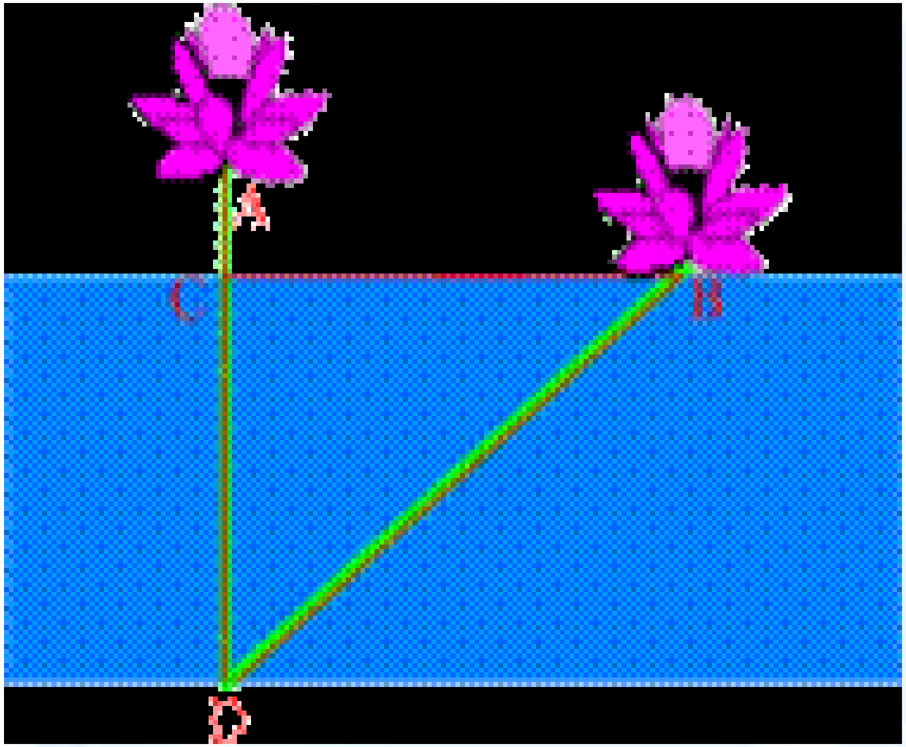
И, следовательно:

$$x = 5.$$

Геометрия

Площадь круга равна площади прямоугольника, стороны которого – полуокружность и полудиаметр.





$$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 = x^2 + 2^2$$

$$x+\frac{1}{4} = 4$$

$$x = 3\frac{3}{4}(\textit{фута})$$

Над озером тихим, с полфута размером,
Высился лотоса цвет.
Он рос одиноко. И ветер порывом
Отнес его в сторону. Нет
Больше цветка над водой,
Нашел же рыбак его ранней весной
В двух футах от места, где рос.
Итак, предложу я вопрос:
Как озера вода
Здесь глубока?

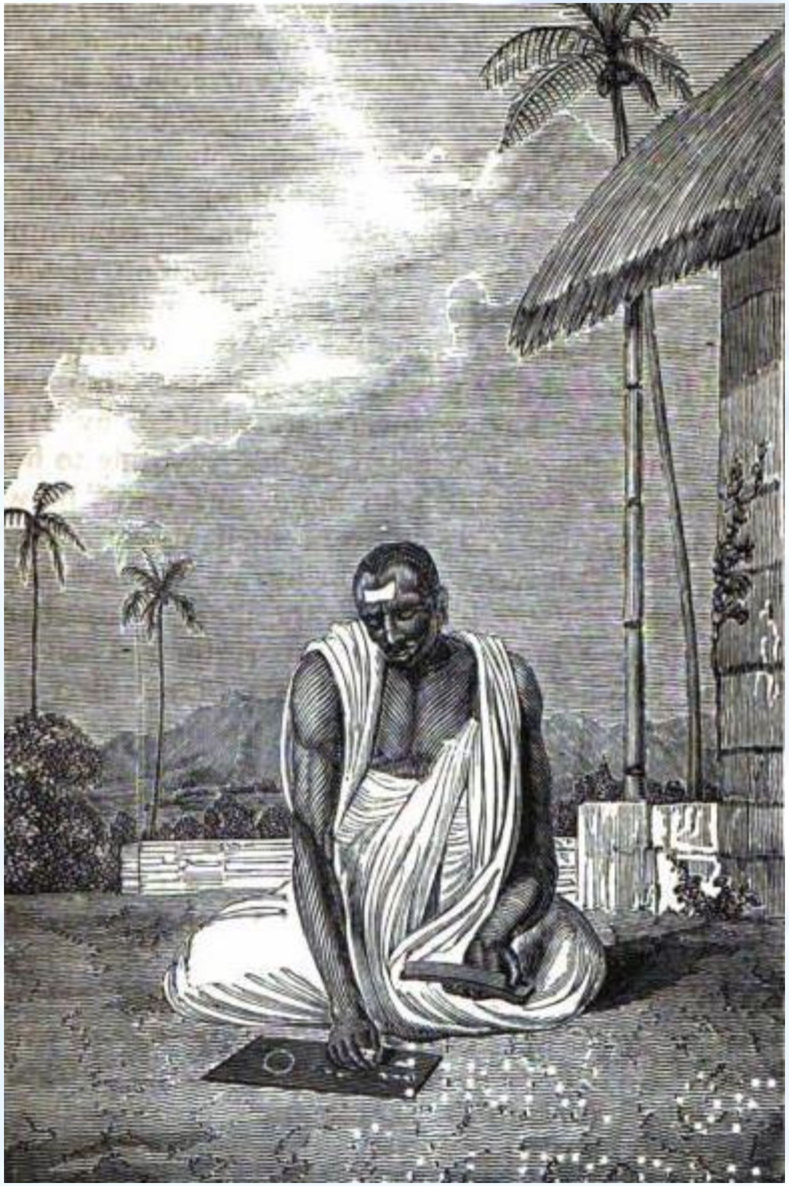
Геометрия

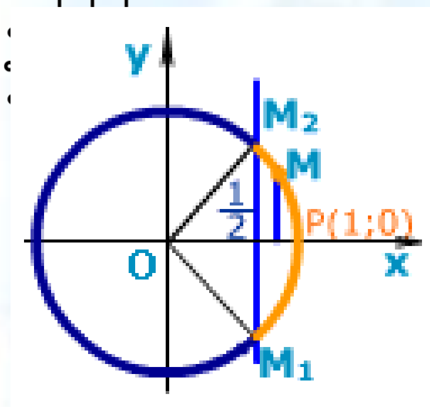
Ариабхатта

1. Определение квадрата и куба, площадь и объем
2. Площади треугольника и куба, приближение числа «пи»
3. Неточная формула объема шара
4. Теорема Пифагора
5. Теория гномона

Брахмагупта

1. Теорема Брахмагупты о площади четырехугольника
2. Теоремы о хордах и полухордах
3. Измерение призмы, пирамиды, приближенные формулы для других тел
4. Задачи о гномоне

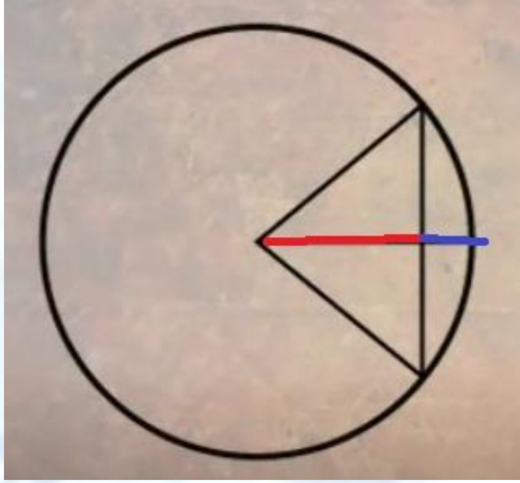




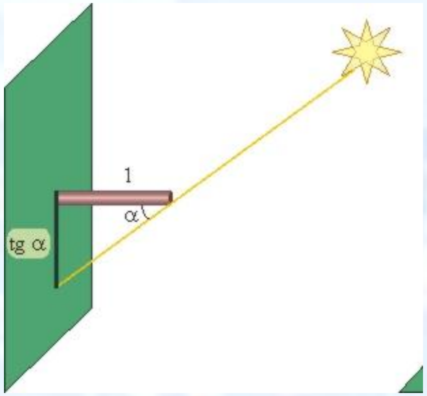
Тригонометрия

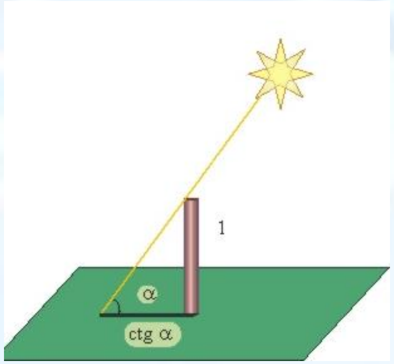
$$\sin^2 \alpha + \sin \text{vers}^2\, \alpha = 4 \sin^2 (\alpha/2)$$

$$\sin^2 (\alpha/2) = (\sin \text{vers}\, \alpha) / 2$$



полухорда
ардхаджива
джива
джайб (впадина)
синус





Sinus totus

Complimenti sinus (cosinus) – синус дополнения, 1620, Гюнтер

Sinus versus

«зилл ма'кус»
umbra versa
тангенс (1583, Финке)

«зилл мустав»
umbra recta
котангенс
(Гюнтер, 1620)

джива – хорда, ватар

П =3,14159265359

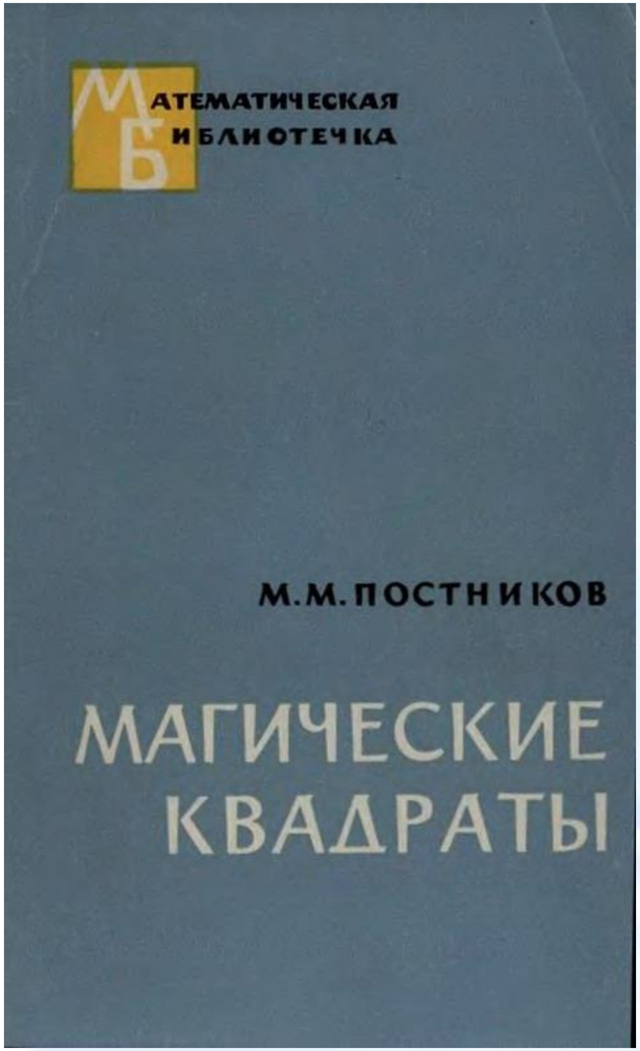
$$3+\frac{4}{2\cdot3\cdot4}-\frac{4}{4\cdot5\cdot6}+\frac{4}{6\cdot7\cdot\cdot8}-\frac{4}{8\cdot9\cdot10}+...$$

Нилаканти *(1444-ок.1501)*

Мадхава *(1340 - 1425)*

Парамешвара *(ок.1370 - ок.1460)*

$$\pi=\frac{4}{1}-\frac{4}{3}+\frac{4}{5}-\frac{4}{7}+\cdots$$



http://scilib.narod.ru/Math/MajSquares/index.html

1. Индийский метод

Индийский метод составления магических квадратов (иногда называемый также *сиамским*) является, по-видимому, самым древним алгорифмом построения магических квадратов произвольного нечетного порядка $n = 2m + 1$. Этот алгорифм описывается следующими правилами:

1°. Числа от 1 до n^2 поочередно вписываются в клетки основного квадрата.

2°. Если некоторое правило требует вписать данное число в клетку, лежащую вне основного квадрата, то вместо этого рассматриваемое число вписывается в эквивалентную клетку основного квадрата.

3°. Число 1 вписывается в среднюю клетку верхнего ряда, т. е. в клетку с координатами

$$(m, 2m).$$

4°. Если число z вписано в клетку с координатами (x, y), то следующее число $z+1$ вписывается в клетку с координатами $(x+1, y+1)$, т. е. в клетку, смежную с клеткой (x, y), в направлении восходящей диагонали, при условии, что эта последняя клетка еще свободна от чисел.

5°. Если клетка с координатами $(x+1, y+1)$ уже занята некоторым числом, то число $z+1$ вписывается в клетку с координатами $(x, y-1)$, т. е. в клетку, непосредственно примыкающую снизу к клетке (x, y). (Оказывается, что это всегда возможно, т. е. клетка $(x, y-1)$ обязательно свободна от чисел.)

Математика в странах ислама

Ал-Хорезми Абу Абдаллах (или Абу Джафар) Мухаммад ибн Муса (род. до 800 г., умер после 847). Жил в Багдаде. Теория квадратных уравнений. Теория десятичной системы.

Ал-Кинди. Арабский философ из Басры. Преподавал в Багдаде (первая половина IX в.).

Ал-Махани. Жил в Багдаде (род. около 860 г., умер около 880). Пример уравнения третьей степени.

Сабит ибн Корра ал-Харрани. Перевел «Начала» и другие работы. Жил в Багдаде. Математик. Астроном.

Ал-Рази (или **Разес**). Вторая половина IX в. (умер в 923 г.). Уроженец Рея (близ Тегерана). Жил в Багдаде. Великий врач. Алхимик и физик.

Ал-Фараби (870—950). Жил в Дамаске, Алеппо, Багдаде. Философ и ученый-энциклопедист.

Абу-Камил Шуджа ибн Аслам (род. около 850 г., умер около 930). Жил в Каире. Продолжатель ал-Хорезми в области алгебры.

Ал-Уклидизи. Первое изложение десятичных дробей.

Ал-Хазен (умер между 961 и 971 гг.). Из Хорасана. Решил кубическое уравнение ал-Махани при помощи конических сечений. Работы, посвященные диофантовым уравнениям.

Абу-л-Вафа (ал-Бузджани). «Книга об арифметике, необходимой для писцов и торговцев» (около 970 г.). Тригонометрия.

Ал-Худжанди (умер в 1000 г.). Теорема синусов для сферических треугольников.

Ал-Бируни Абу Райхан (973—1050). Родился в Хорезме. Астроном, математик, географ, историк, физик.

Ибн Сина (латинизир. **Авиценна**) (980—1037). Родился около Бухары. Великий ученый-энциклопедист. Философ, астроном, физик и врач.

Ибн ал-Хайсам (латинизир. **Альгазен**) (род. в 965 г., умер около 1039 г. в Каире). Астроном, математик. Трактат по оптике. Самый знаменитый физик арабского мира.

Кушияр ибн Лаббан (около 1000 г.), выходец с юга Каспийского побережья, и **Ал-Насави** из Хорасана: математики.

Ал-Караджи (или **ал-Кархи**) Абу Бакр Мухаммад. Жил в Багдаде в конце X—начале XI вв. (умер между 1019 и 1029 гг.). «Достаточная книга о науке арифметике». Книга об алгебре «Ал-Фахри».

Ал-Заркали (вторая половина XI в.). Астроном из Кордовы.

Ал-Хайями (или **Омар Хайям**) (род. около 1048 г., умер в 1131?). Происходит из Нашпура. Математик, астроном, философ, поэт. Геометрическая теория кубических уравнений.

Ал-Хазен (работал в 1115—1130 гг.). Астрономия, механика, научные инструменты.

Ас-Самавал (умер в 1174 г.). Продолжал дело ал-Караджи. Трактат «Ал-Бахир». Десятичные дроби.

Ибн Баджжа (латинизир. **Авемпас**). Философ. Выступил с критикой системы Птолемея с аристотелевой точки зрения.

Ибн Зур (Авензоар). Великий врач.

Ибн Рушд (латинизир. **Аверроэс**) (1126—1198). Жил в Андалусии и Марокко. Философ, астроном, врач.

Шараф ад-Дин ат-Туси (работал в 1213—1214 гг.). Алгебраический трактат «Об уравнениях». Астрономия, математика.

Насир ад-Дин ат-Туси (род. в 1201 г. в Персии, умер в 1274 г. близ Багдада). Астроном, математик, логик, философ, поэт. Тригонометрия: «Трактат о полном четырехугольнике», «Арифметический сборник при помощи песка и таблицы». Руководил Марагинской обсерваторией (Иран).

Ибн ал-Банна (1256—1321, Марокко). Математик и астроном, автор «Талхиса».

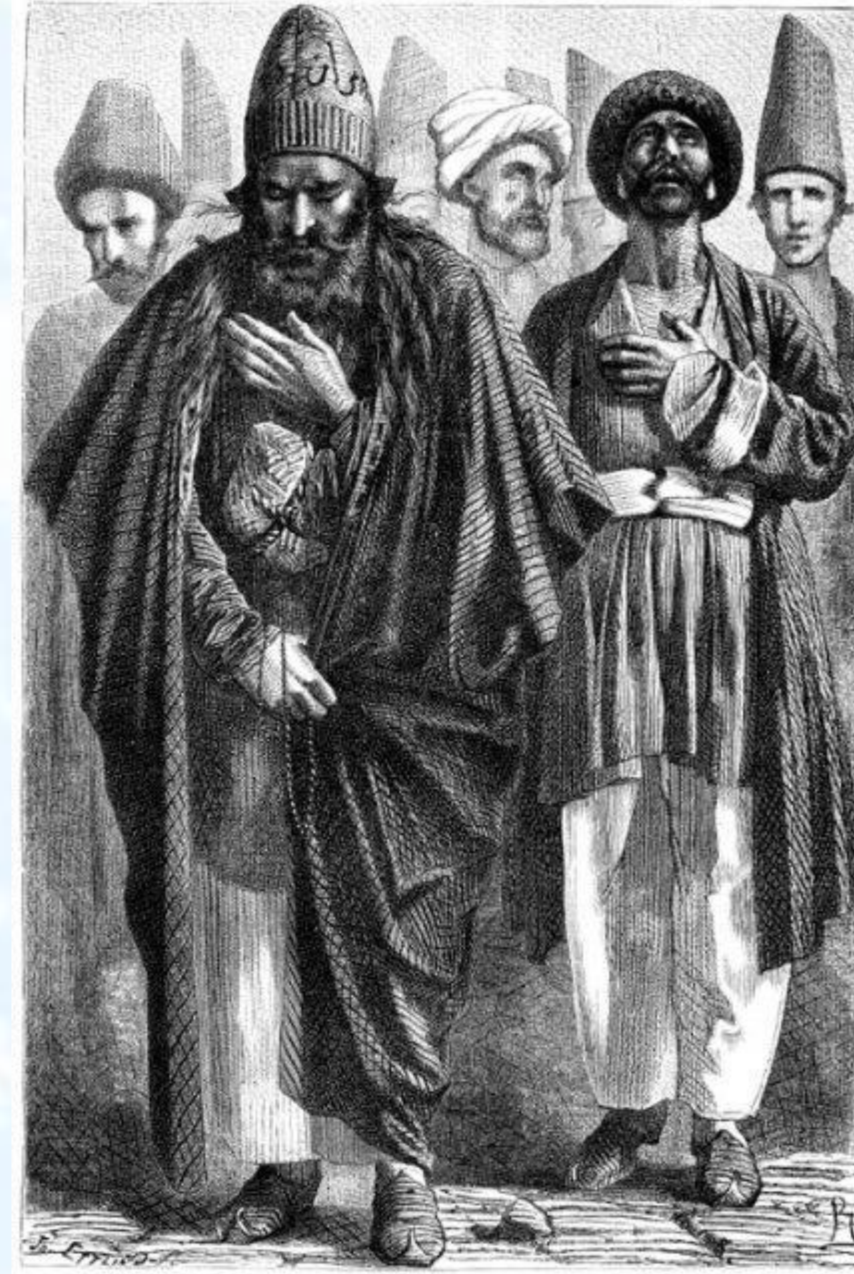
Қамал ад-Дин ал-Фаризи (умер в Тебризе в 1320 г.). Оптика, математика.

Ал-Қаши Джамшид Гияс ад-Дин (род. в Кашане (Иран), умер в Самарканде в 1429 г.). Математик и астроном: «Ключ к арифметике» (1427), «Трактат об окружности» и «Трактат о хорде и синусе» (не найден).

Кази-заде ар-Руми. Астроном (обсерватория Улугбека в Самарканде).

Ал-Қалазади. Математик из Северной Африки.

Багдад (IX в)
Бухара,
Хорезм,
Каир
Газна (X в.),
Исфахан (XI в.)
Мараге (XIII в)
Самарканд (XV в.)



Абу Адаллах Мухаммад ибн Муса ал Маджуси ал-Хорезми

Конец VIII века – около 850

- ❖*Книга об индийской арифметике (Книга об индийском счете)*
- ❖*Краткая книга об исчислении ал-джебр и ал-мукабалы*
- ❖*Астрономические таблицы (зидж)*
- ❖*Книга картин Земли*
- ❖*Книга о построении астролябии*
- ❖*Книга о действиях с помощью астролябии*
- ❖*Книга о солнечных часах*
- ❖*Трактат об определении эры евреев и их праздниках*
- ❖*Книга истории*

Ал Хорезми – Книга об индийском счете

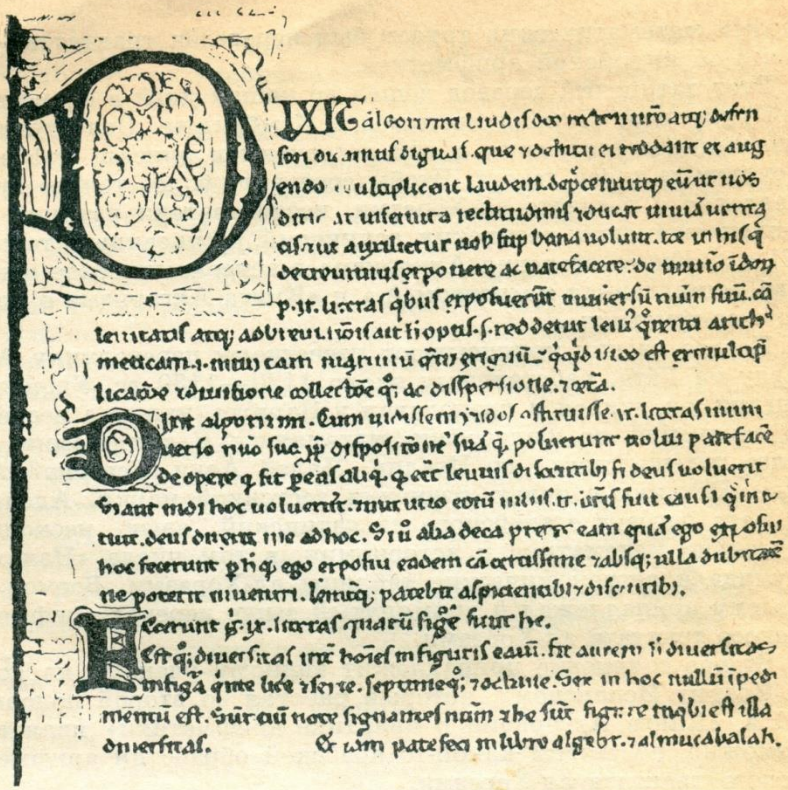


Рис. 2.

Первая страница латинского текста арифметического трактата ал-Хорезми (Кембриджская рукопись XIV в.)

- *Объясняется принцип записи чисел*
- *Излагаются способы вычисления, азы «индийской арифметики» – сложение и вычитание, операции «удвоения» и «раздвоения», умножение и деление.*
- *Правило проверки с помощью девятки*
- *Арифметика дробей (сначала шестидесятеричных, которые ранее применялись в астрономии, включая операцию умножения дробей, далее – про обыкновенные дроби)*
- *Извлечение квадратного корня (по трактату Иоанна Испанского)*

5963+3419=9382

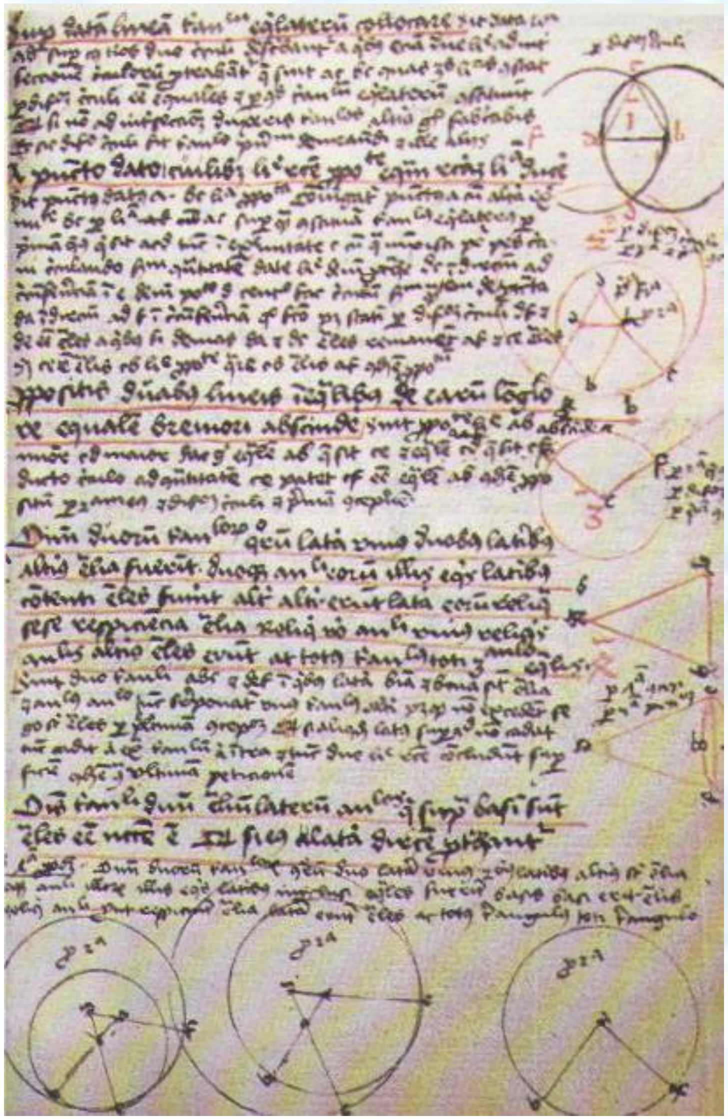
9+3+8+2=22; мерило 22-9-9=4

5+9+6+3=23; мерило 23-9-9=5

3+4+1+9=17; мерило 17-9=8

8+5=13; 13-9=4

Ал Хорезми – Книга об Ал-джабр и ва-л-мукабала



«Ал-джабр ва-л-мукабала» - книга восполнения и противопоставления. «Я составил это небольшое сочинение из наиболее легкого и полезного в науке счисления и притом такого, что требуется постоянно людям, в делах о наследовании, наследственных пошлинах, при разделе имущества, в судебных процессах, в торговле и во всех деловых взаимоотношениях, случаях измерения земель, проведения каналов, в геометрических вычислениях и других предметах различного рода и сорта...»

Абу Адаллах Мухаммад ибн Муса ал Маджуси ал-Хорезми

$$ax^2 = bx \qquad ax^2 = c \qquad bx = c \qquad ax^2 + bx = c$$

$$ax^2 + c = bx \qquad bx + c = ax^2$$

«Ты разделил 10 дирхемов на две части, затем умножил каждую часть на себя, затем сложил их и прибавил к ним разность между частями до умножения и в сумме получил 54»

$$(10 - x)^2 + x^2 + (10 - x) - x = 54$$

«После восполнения и противопоставления ты скажешь: 110 дирхемов и два квадрата равны 54 дирхемам и двадцати двум вещам»

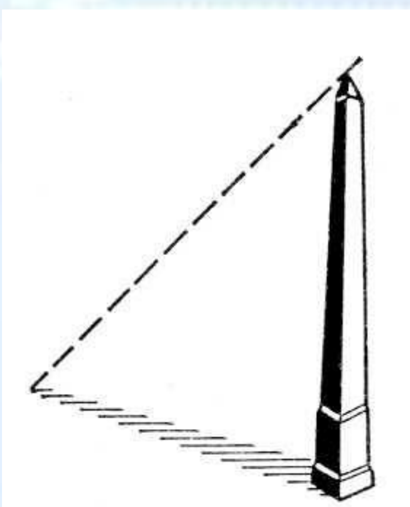
$$110 + 2x^2 = 54 + 22x$$

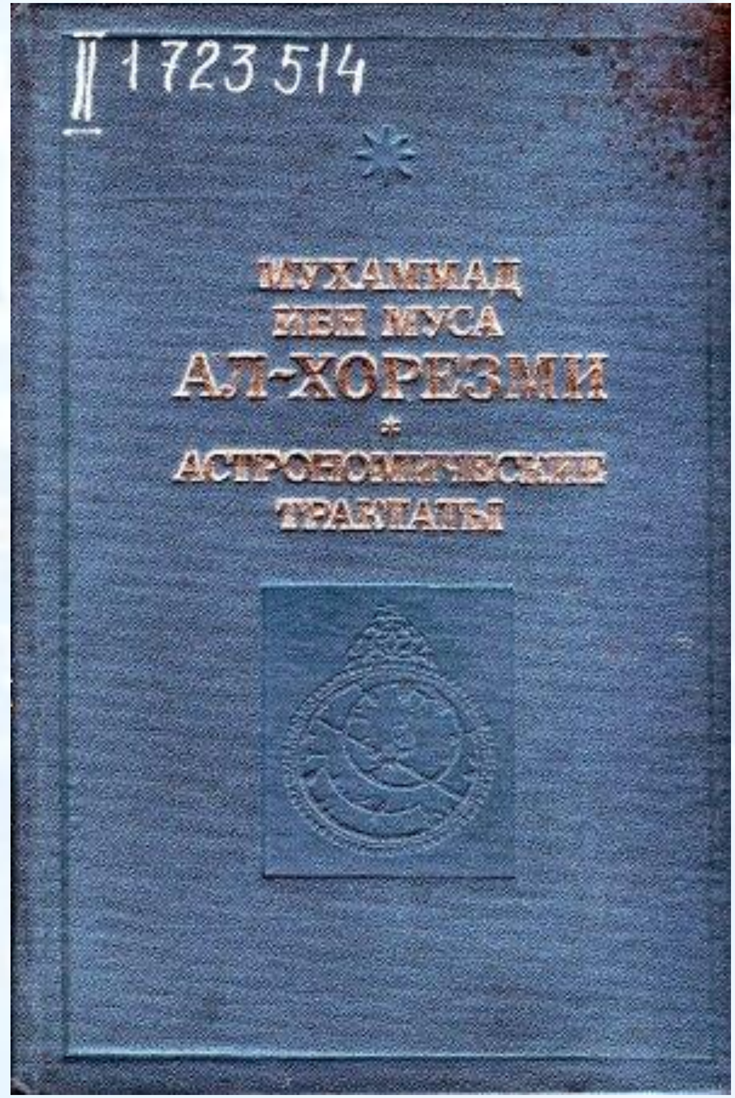
«Приведи два квадрата к одному, т.е. возьми половину всего, что у тебя»

$$55 + x^2 = 27 + 11x$$

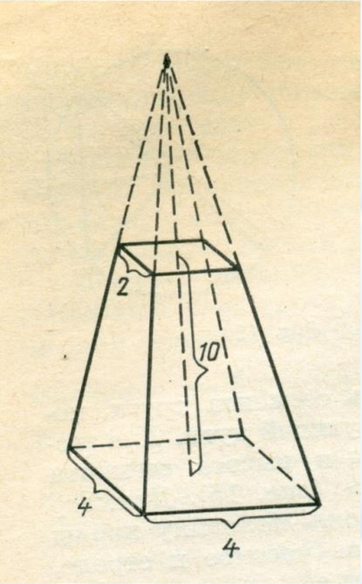
После противопоставления $$28 + x^2 = 11x$$

Ал-Хорезми - Зидж





Абу Адаллах Мухаммад ибн Муса ал Маджуси ал-Хорезми



$$\pi = \frac{22}{7} = 3{,}1428$$

$$\pi = \sqrt{10} \approx 3{,}16227$$

$$\pi = \frac{62832}{20000} = 3{,}1416$$

Определить отрезки, на которые делит основание АС перпендикуляр, опущенный из противоположной вершины В треугольника АВС, если даны его стороны: АВ=15, ВС=13, АС=14.

Абу Камил Шуджа ибн Аслам (ок. 850 – 930).

«Книга об ал-джабр и ал-мукабала», «Книга редкостей в арифметике

Абу-л-Вафа Мухаммад ибн Мухаммад ибн Яхья ибн Исмаил ибн ал-Аббас ал-Бузджани (940-998)

«Книга о том, что нужно знать писцам, дельцам и другим в науке арифметике»

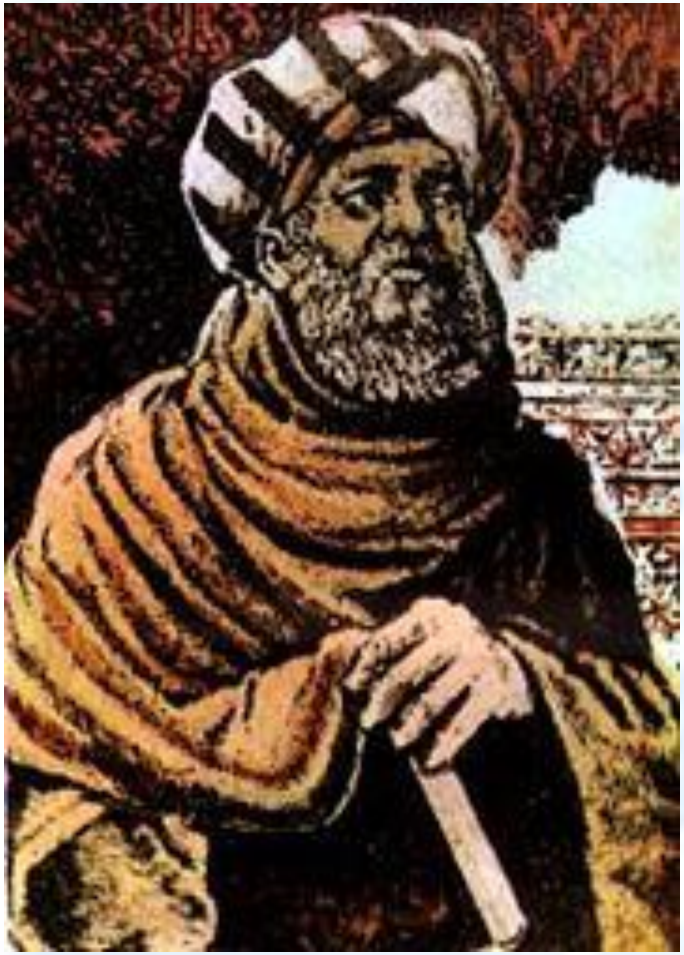
Главные дроби (доли единицы от 1/2 до 1/10)
Составные m/n
Соединенные (произведения главных дробей).

Абу Бакр Мухаммед ибн ал-Хасан ал-Караджи

$$\sum_{1}^{n} k^{3} = \left(\sum_{1}^{n} k \right)^{2}$$

$$\sum_{1}^{n} k^{2} = \left(\sum_{1}^{n} k \right) \left(\frac{2}{3} k + \frac{1}{3} \right)$$

Абу-л-Хасан Сабит ас –Саби ал-Харрани ибн Корра (836-901)

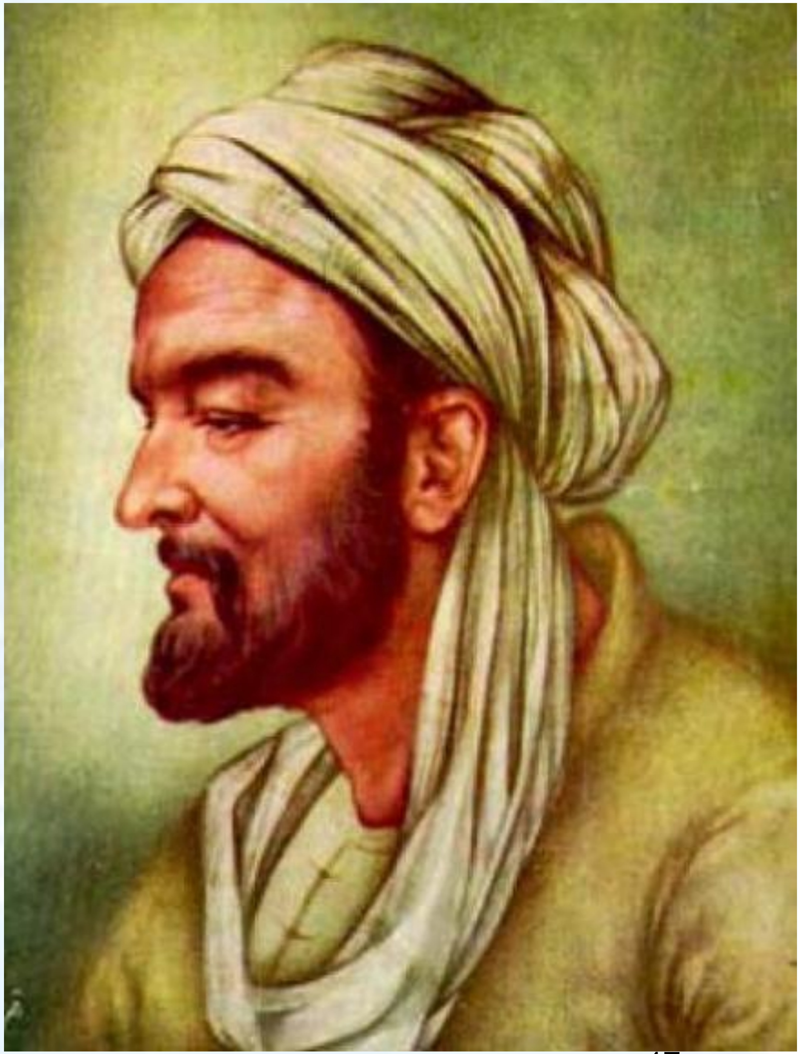


- Переводы и комментарии к трудам Аполлония, Архимеда, Евклида.
- Попытка доказать 5-й постулат
- Квадратуры и кубатуры
- Трисекция угла
- Сферическая тригонометрия
- Дружественные числа

Книга о Карастуне

- Динамическое направление статики, восходит к аристотелевским традициям
- Теория отношений и геометрическая статика

Абу Али Хусейн ибн Абдаллах ибн Сина (980-1037)



«Книга спасения»,
«Книга знания»,
«Книга указаний и примечаний»,
«Восточная философия»,
«Книга справедливости»
«Книга исцеления».

Поэты словом управляют смело,
Врачи – те правят, исцеляя тело.
Волнует души первых красноречье,
И преданность вторых болезни лечит.
Так пусть же удостоится вниманья
Поэма о науке врачеванья.
Теперь в стихах я изложу для вас,
Что изучил и применял не раз.

Абу Али Хусейн ибн Абдаллах ибн Сина (980-1037)

Задачи Авиценны (ибн-Сина).

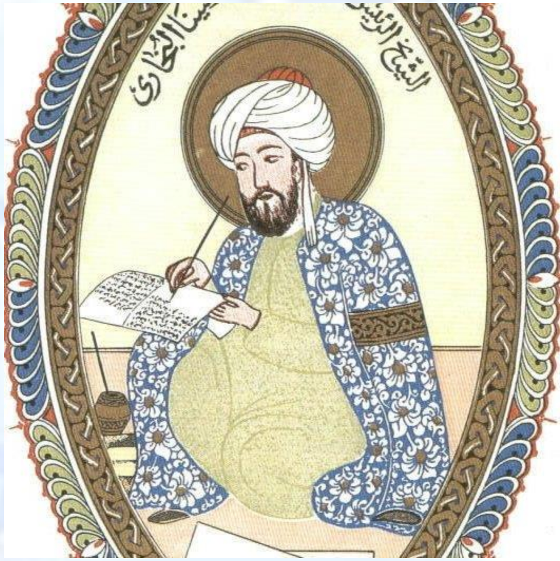
191. Если число, будучи разделено на 9, дает в остатке 1 или 8, то квадрат этого числа, деленный на 9, дает в остатке 1.

192. Если число, разделенное на 9, дает в остатке 2 или 7, то квадрат его при делении на 9 дает в остатке 4.

193. Если число, деленное на 9, дает в остатке 1, 4 или 7, то куб его, деленный на 9, дает в остатке 1.

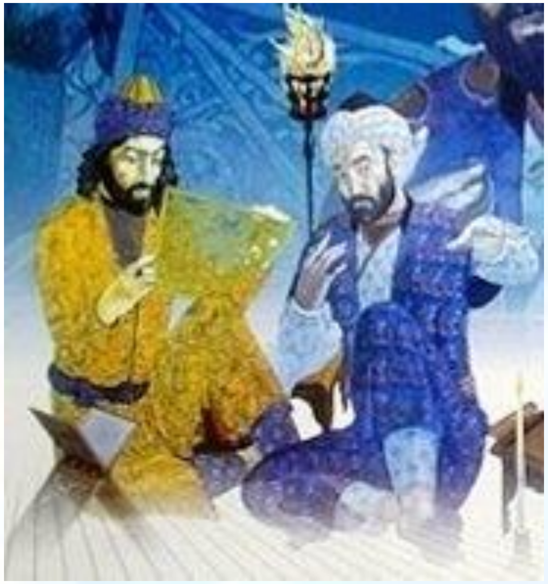
194. Если число, деленное на 9, дает в остатке 2, 5 или 8, то куб его, деленный на 9, дает в остатке 8.

195. Если число, деленное на 9, дает в остатке 3 или 6, то куб его кратен 9.



Попов Г.Н. Исторические задачи по элементарной математике. - М.-Л.: ГТТИ, 1932
Попов Г.Н. Сборник исторических задач по элементарной математике. - М.-Л.: ГТТИ, 1938; URSS 2006: 2014

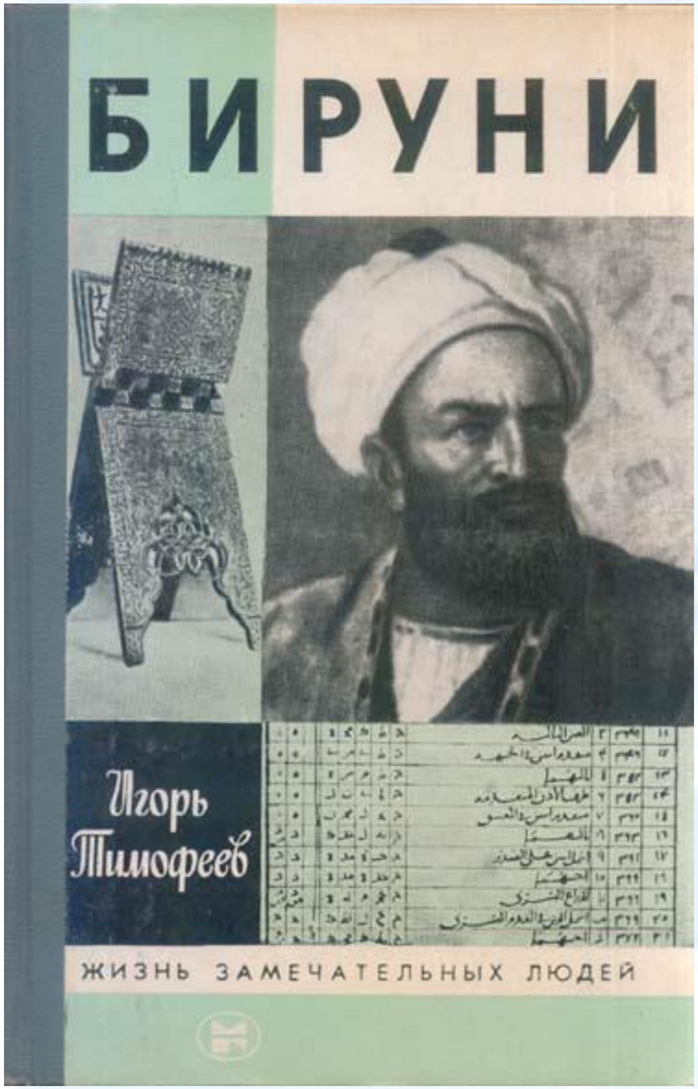
Какая мрачная пора!
Не стало места для добра:
Кто благороден, тот убит…
А суд над ним подлец вершит!
Друзья уходят в мир иной,
С собой уносят свет земной



До нашего времени дошло только восемнадцать известных ответов Ибн Сины на вопросы Абу Райхана Бируни. В переписке содержатся интересные высказывания Бируни и Ибн Сины по важнейшим вопросам философии, астрономии, физики.

Ты спрашиваешь меня — храни тебя Аллах невредимым! — о вопросах, которые ты находишь достойными порицания в словах Аристотеля, в его произведении, известном (под названием) книги «О небе и вселенной»; из них я выбрал те, которые более всего тебя затруднили, и отвечаю на них. Я постарался истолковать и объяснить эти (вопросы) кратко и сжато, ибо кое-какие неожиданные занятия мешают мне подробнее остановиться на каждом из них и ответить на них так, как они того заслуживают. Кроме того, мое послание не запоздало бы до сего времени, если бы законовед Ма'суми мог (своевременно) его переписать ради тебя и включить в свое письмо к тебе. (ибн Сина)

Абу Райхан Мухаммед ибн Ахмед ал Бируни (973-1048)



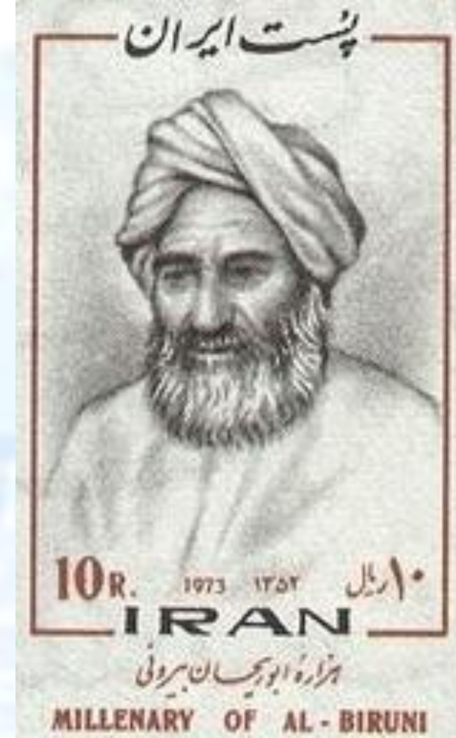
Ал Бируни Канон масуда

$$\sin\frac{\alpha}{2}=\frac{1}{2}\sqrt{2+2\cos\alpha},$$

$$\sin\frac{\alpha}{4}=\frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{2+2\cos\alpha}},$$

$$\sin\frac{\alpha}{8}=\frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+2\cos\alpha}}},$$

. . . .



«Об определении хорд в круге при помощи вписанной в него ломаной линии»

«Сферика»

Градусы	Минуты	Синусы				«Поправки»				Разности		
строка дуговых чисел		минуты	секунды	терции	кварты	минуты	секунды	терции	кварты	секунды	терции	кварты
15	0	15	31	44	55	1	0	39	20	15	9	50
15	30	16	2	3	29	1	0	30	36	15	7	39
15	45	16	17	11	8	1	0	26	8	15	6	32
16	0	16	32	17	40	1	0	21	36	15	5	24
16	15	16	47	23	4	1	0	17	0	15	4	15
16	30	17	2	27	19	1	0	12	20	15	3	5
16	45	17	17	30	24	1	0	7	32	15	1	53

Ал Бируни

«Книга вразумления начаткам науки о звездах»

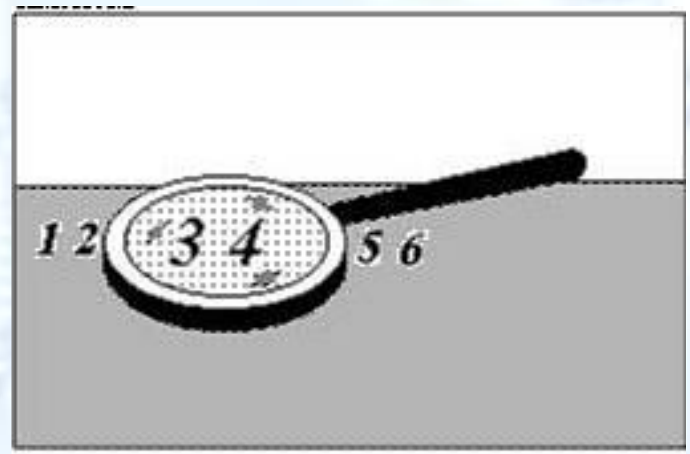
Классификация натуральных чисел

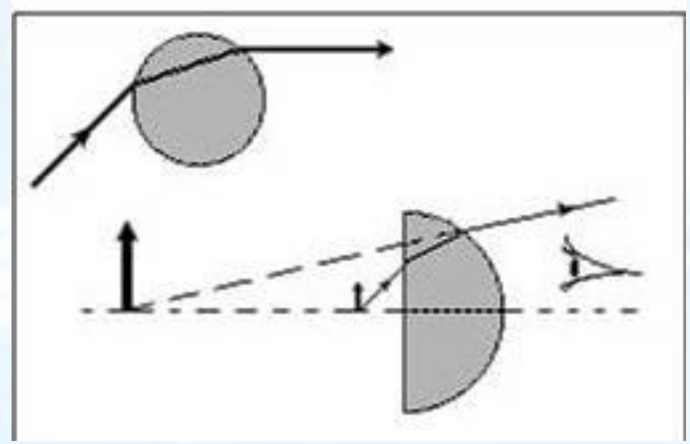
- *Четные*
- *Нечетные*
- *Четно-четные (2^n, $n>1$)*
- *Четно-нечетные ($2(2n+1)$)*
- *Четно-четно-нечетные ($2^n(2k+1)$)*
- *Нечетно-нечетные ($(2k+1)(2m+1)$)*

«Геометрия – это наука о величинах и количествах по отношению друг к другу, учение о свойствах их форм и фигурах, присущих телу Она превращает науку о числах из частной в общую и переводит астрономию из области догадок и предположений на почву истины»

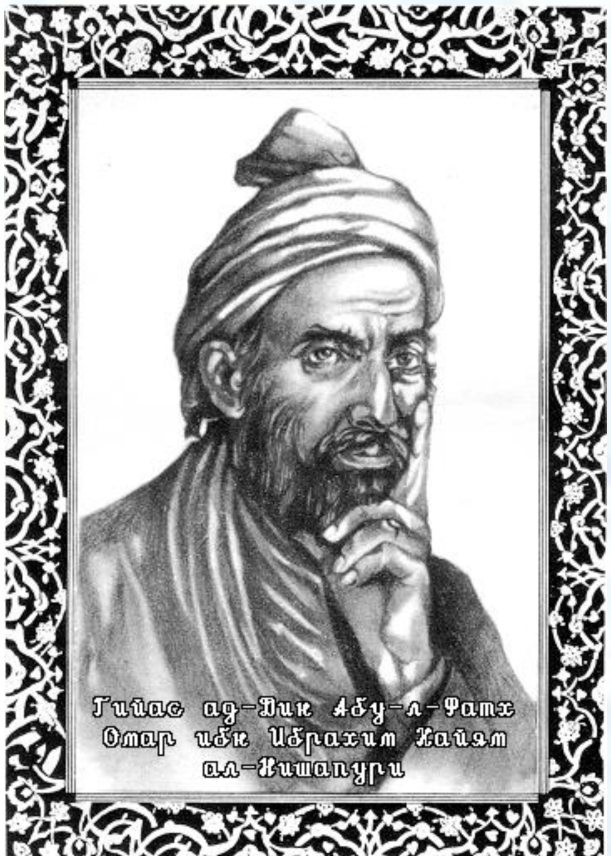
Абу Али Хасан ал-Хайсам ал-Басри (Альгазен) (965-1039)

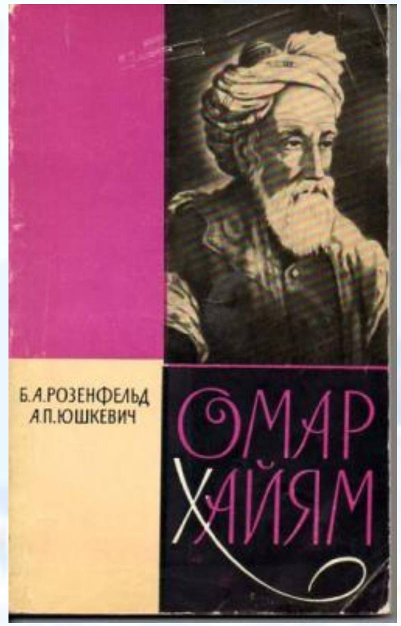
«Книга оптики»

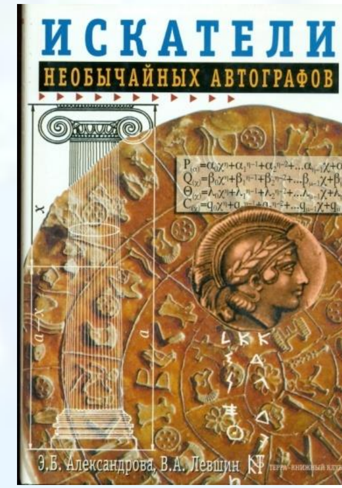


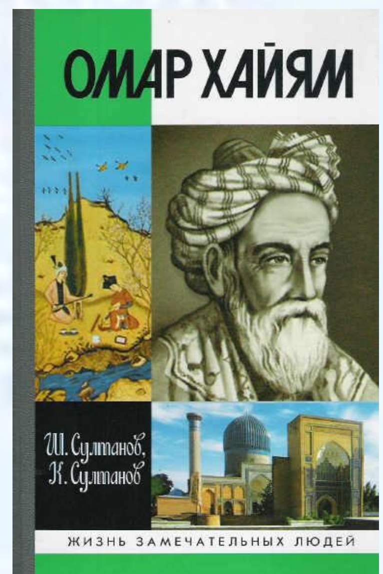


Гияс–ад-Дин Абул-Фатх Омар ибн Ибрахим Хайям Нишапури (1048-1131)

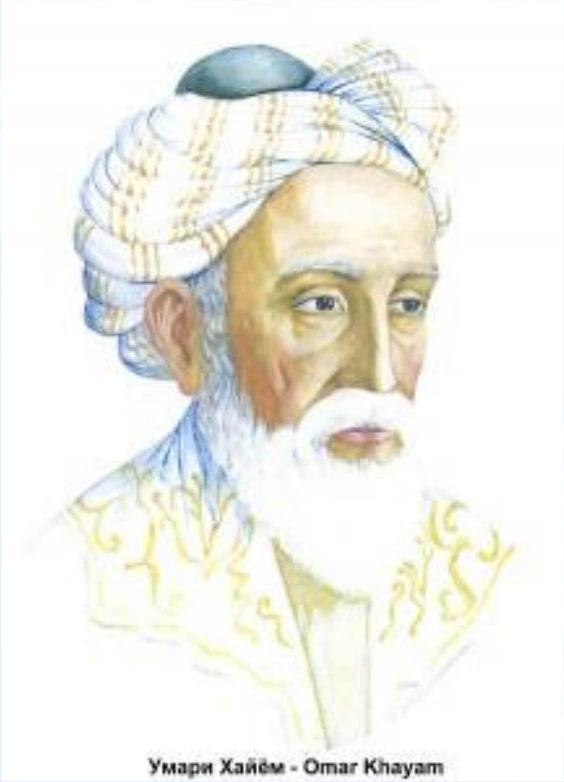








Гияс–ад-Дин Абул-Фатх Омар ибн Ибрахим Хайям Нишапури (1048-1131)



Пришел я в этот мир по принужденью,
Встречал недоуменьем каждый день я.
А ныне изгнан, так и не поняв
Исчезновенья смысл и цель рожденья.

Ученью не один мы посвятили год,
Потом других учить пришел и нам черед.
Какие ж выводы из этой всей науки?
Из праха мы пришли, нас ветер унесет.

Мне мудрость не была чужда земная,
Ища разгадки тайн, не ведал сна я.
За семьдесят перевалило мне,
Что ж я узнал? Что ничего не знаю.

Гияс–ад-Дин Абул-Фатх Омар ибн Ибрахим Хайям Нишапури (1048-1131)

ТРАКТАТ ДОСТОЧТИМОГО УЧЕНОГО ГИЯСЭДДИНА АБУ-Л-ФАТХА ОМАРА ИБН ИБРАГИМА ХАЙЯМА ИЗ НИШАПУРА

(Да освятит Аллах его драгоценную душу!)

О ДОКАЗАТЕЛЬСТВАХ ЗАДАЧ АЛГЕБРЫ И АЛМУКАБАЛЫ [1])

Во имя Аллаха всемилостивого, всемилосердного!

Хвала Аллаху, господину миров, добрый конец добродетельным, никакой вражды ко всем, кроме несправедливых, и благословение всем пророкам, в особенности Мохаммеду и всему его святому потомству.

Один из поучительных вопросов, необходимый в разделе философии, называемом математикой, это искусство алгебры и алмукабалы [[1]], имеющее своей целью определение неизвестных, как числовых, так и измеримых. В нем встречается необходимость в некоторых очень сложных видах предложений, в решении которых потерпело неудачу большинство этим занимавшихся. Что касается древних, то до нас не дошло сочинение, в котором они рассматривали бы этот вопрос: может быть они искали решение и изучали этот вопрос, но не смогли преодолеть трудностей, или их исследования не требовали рассмотрения этого вопроса, или, наконец, их труды по этому вопросу

---

[1]) Рисāлат ал-хакӣм ал-фāḍил Ғийāс ад-дӣн Абӣ-л-Фатх ʻУмар ибн Ибрāхӣм ал-Хаййāмӣ ан-Нишāбӯрӣ фӣ-л-барāхӣн ʻала масāил ал-джабр ва-л-муқāбала.

Я говорю, с помощью Аллаха и при его прекрасной поддержке, что искусство алгебры и алмукабалы есть научное искусство, предмет которого составляют абсолютное число и измеримые величины [[6]], являющиеся неизвестными, но отнесенные к какой-нибудь известной вещи, по которой их можно определить. Эта вещь есть или количество или отношение, но связанное ни с чем другим. В это ты должен глубоко вникнуть. Цель этого искусства состоит в нахождении соотношений, связывающих его предмет с вышеуказанными данными. Совершенство этого искусства состоит в знании методов изучения, посредством которых можно постигнуть способ определения вышеупомянутых неизвестных, как числовых, так и геометрических.

Гияс–ад-Дин Абул-Фатх Омар ибн Ибрахим Хайям Нишапури (1048-1131)

О задачах алгебры и алмукабалы (1069)

1) $x^3 = qr$,
2) $x^3 + px^2 = r$,
3) $x^3 + r = qx$,
4) $x^3 + r = px^2$,
5) $x^3 + qx = r$,
6) $x^3 = px^2 + r$,
7) $x^3 = qx + r$,
8) $x^3 = px^2 + qx + r$,
9) $x^3 + qx + r = px^2$,
10) $x^3 + px^2 + r = qx$,
11) $x^3 + px^2 + qx = r$,
12) $x^3 + px^2 = qx + r$,
13) $x^3 + qx = px^2 + r$,
14) $x^3 + r = px^2 + qx$.

Сложные уравнения бывают трехчленные и четырехчленные. Видов трехчленных уравнений двенадцать, три первые из которых суть:

1. Квадрат и корни равны числу,
2. Квадрат и число равны корням,
3. Корни и число равны квадрату [12].

Эти три вида упоминаются в сочинениях алгебраистов и доказываются там геометрическим, а не числовым способом.

Вторые три вида суть:

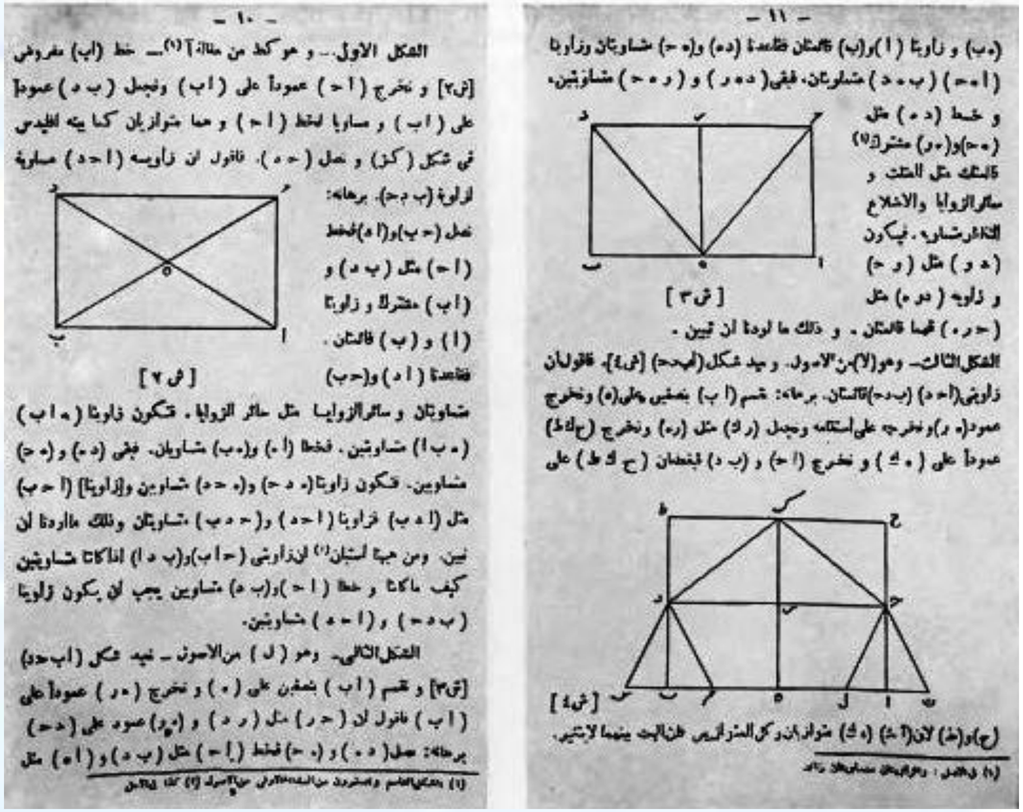
1. Куб и квадраты равны корням,
2. Куб и корни равны квадратам,
3. Корни и квадраты равны кубу [13].

Алгебраисты говорят, что три вторые вида пропорциональны трем первым, каждый—своему соответственному, т. е. уравнение: куб и корни равны квадратам—равносильно уравнению: квадрат и число равны корням [14] и также по отношению к двум другим. Но они не доказали этого, когда предметы задач суть измеримые количества.

Гияс–ад-Дин Абул-Фатх Омар ибн Ибрахим Хайям Нишапури (1048-1131)

«Комментарии к трудностям во введениях книги Евклида» (1077)

ОСНОВА – ПРИНЦИПЫ АРИСТОТЕЛЯ
- Величины можно делить до бесконечности
- Прямую линию можно продолжать до бесконечности
- Всякие две пересекающиеся прямые линии раскрываются и расходятся по мере удаления от вершины угла пересечения
- Две сходящиеся линии пересекаются, и невозможно, чтобы две сходящиеся прямые линии расходились в направлении схождения
- Из двух нервных ограниченных величин меньшую можно взять с такой кратностью, что она превзойдет большую



Гияс–ад-Дин Абул-Фатх Омар ибн Ибрахим Хайям Нишапури (1048-1131)

- Алгебра как наука о решении уравнений
- Геометрические построения корней
- Арифметические идеи, связанные с биномом
- Теория параллельных прямых, полемика с Ал-Хайсамом, неприемлемость введения движения
- Развитие теории отношений, стирание грани между числами и иррациональными величинами
- Календарная реформа

Насир ад-дин Абу Джафар Мухаммед ибн Мухаммед ат Туси (1201-1274)

«Сборник по арифметике с помощью доски и пыли»

$$\sqrt[n]{a^n + r} \approx a \frac{r}{(a+1)^n - a^n}$$

$$\sqrt[6]{244140626} \approx 25 \frac{1}{26^6 - 25^6} = 25 \frac{1}{64775151}$$

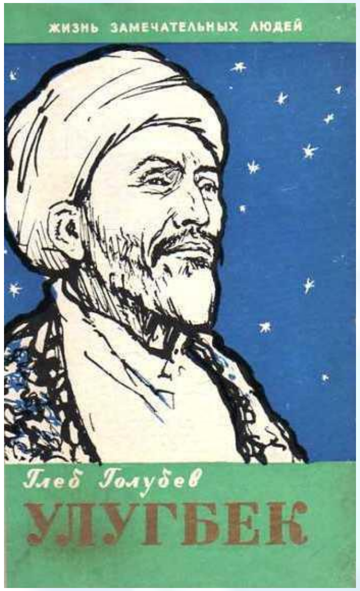
$$(a+b)^n - a^n = \binom{n}{1} a^{n-1} b + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \ldots + b^n$$

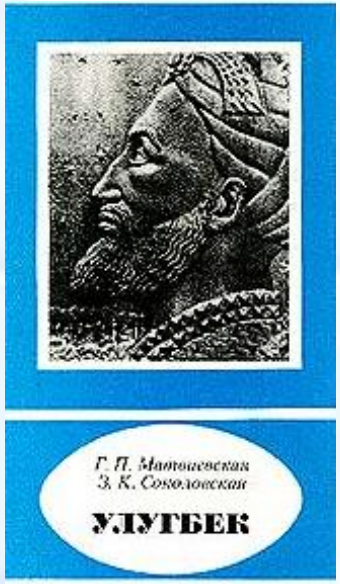
$$\binom{n}{m} = \binom{n-1}{m-1} + \binom{n-1}{m}$$

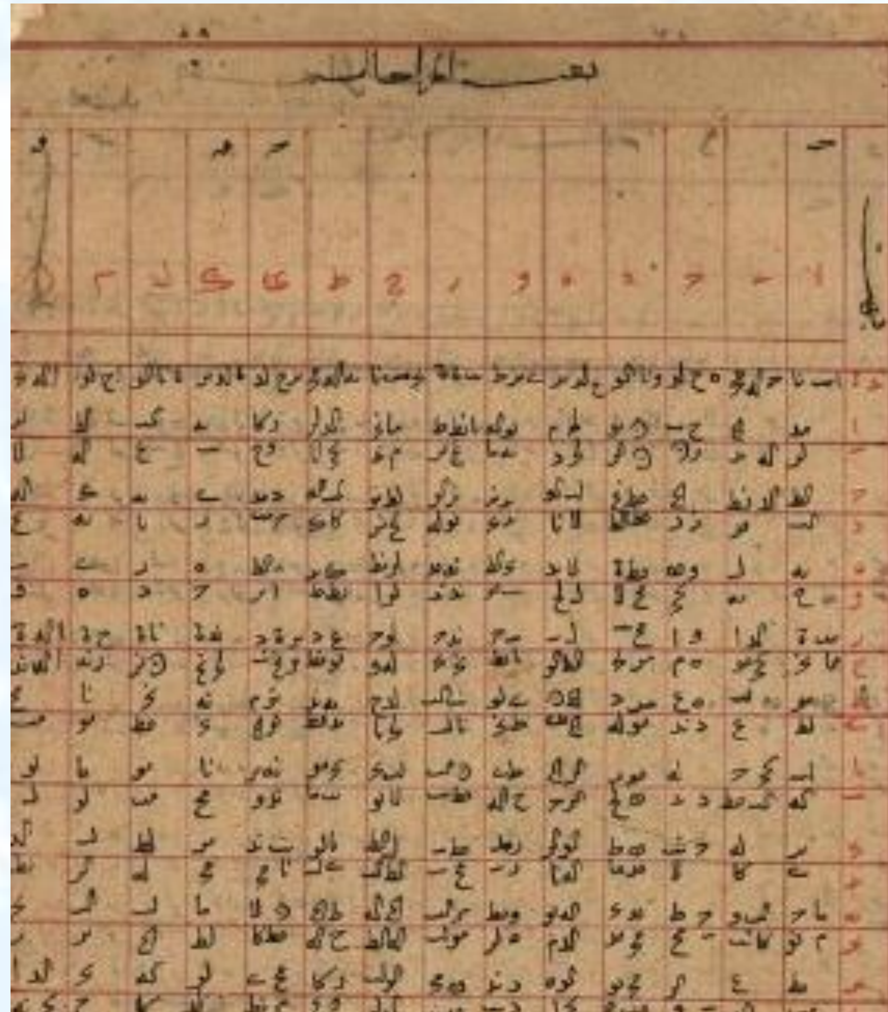
«Трактат о полном четырехстороннике»
(тригонометрия)

«Трактат, исцеляющий сомнение по поводу параллельных линий» + две редакции «Изложения Евклида»
(теория параллельных прямых)

Мирза Мухаммад ибн Шахрух ибн Тимур Улугбек Гураган (1394-1449)







Гийас ад-Дин Джамшид ибн Масуд ал-Каши

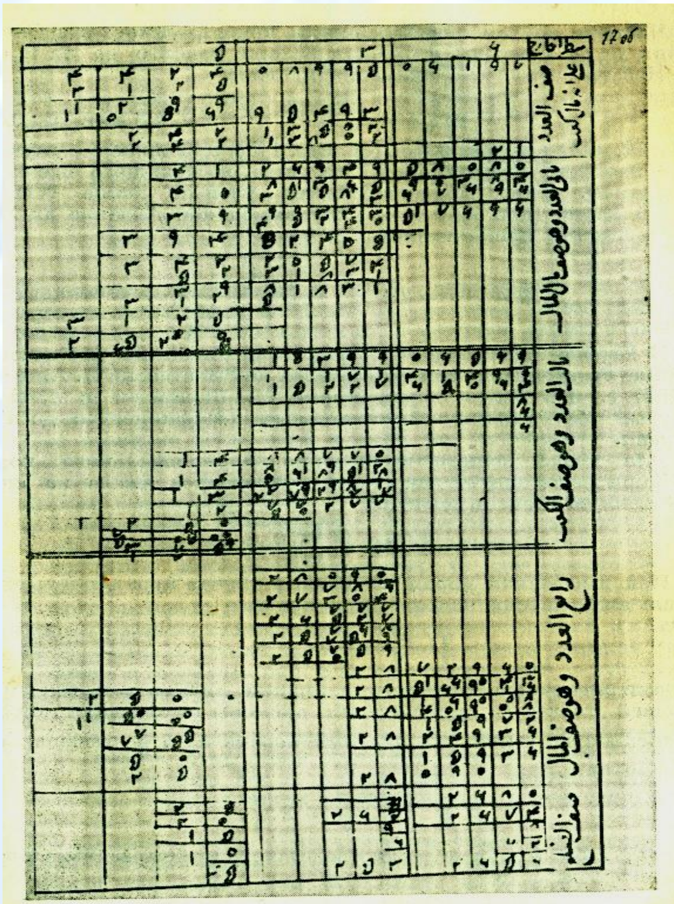


Рис. 59. Извлечение корня пятой степени из числа 44240899506197. Из «Ключа арифметики» ал-Каши (лейденская рукопись 1554 г.).

«*Ключ арифметики*» (1427)

Об арифметике целых

Об арифметике дробей

Об исчислении астрономов

Об измерении

О нахождении неизвестной

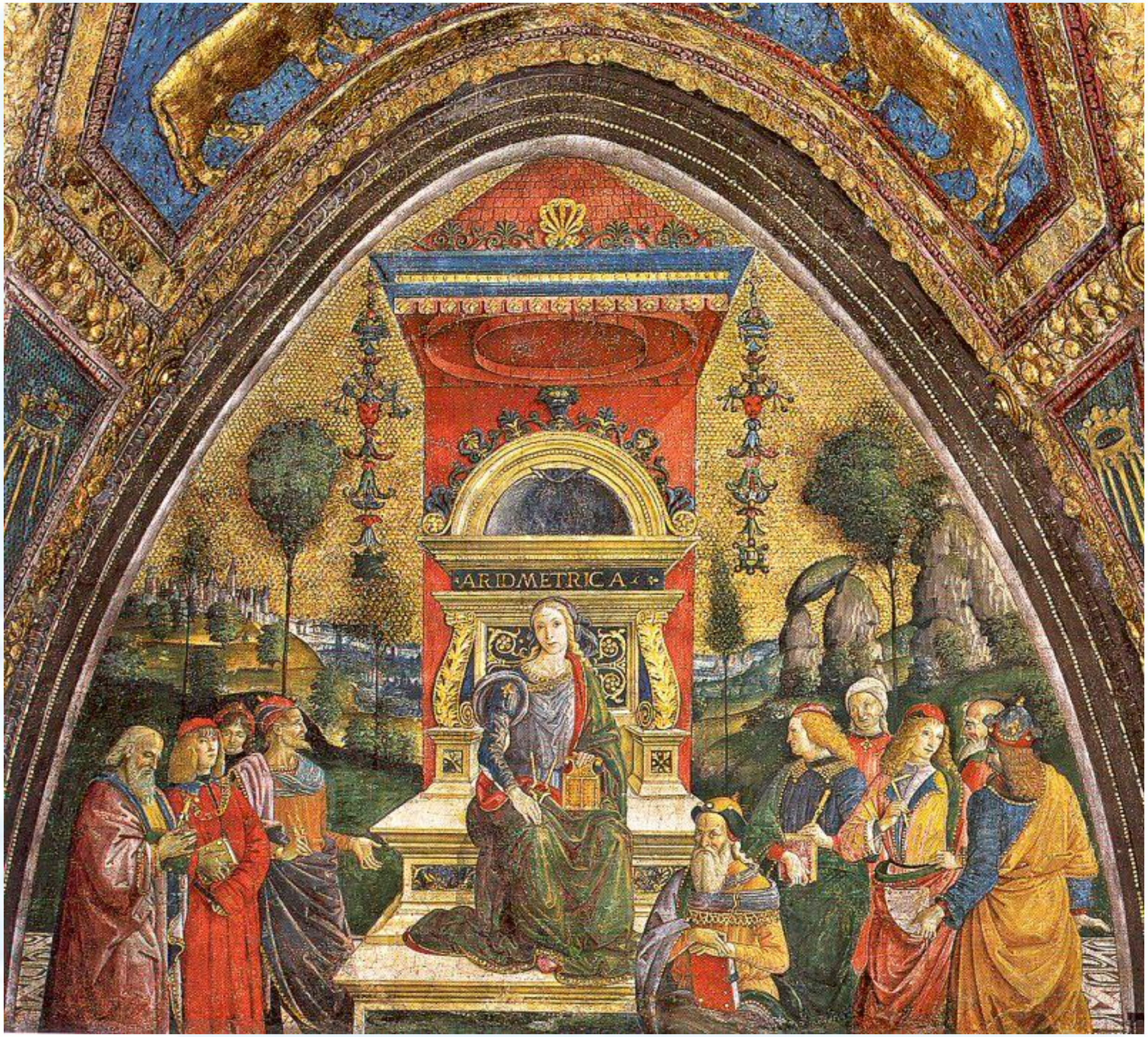
«*Трактат об окружности*» (1424)

π=3,14159265358979325

Раннее европейское

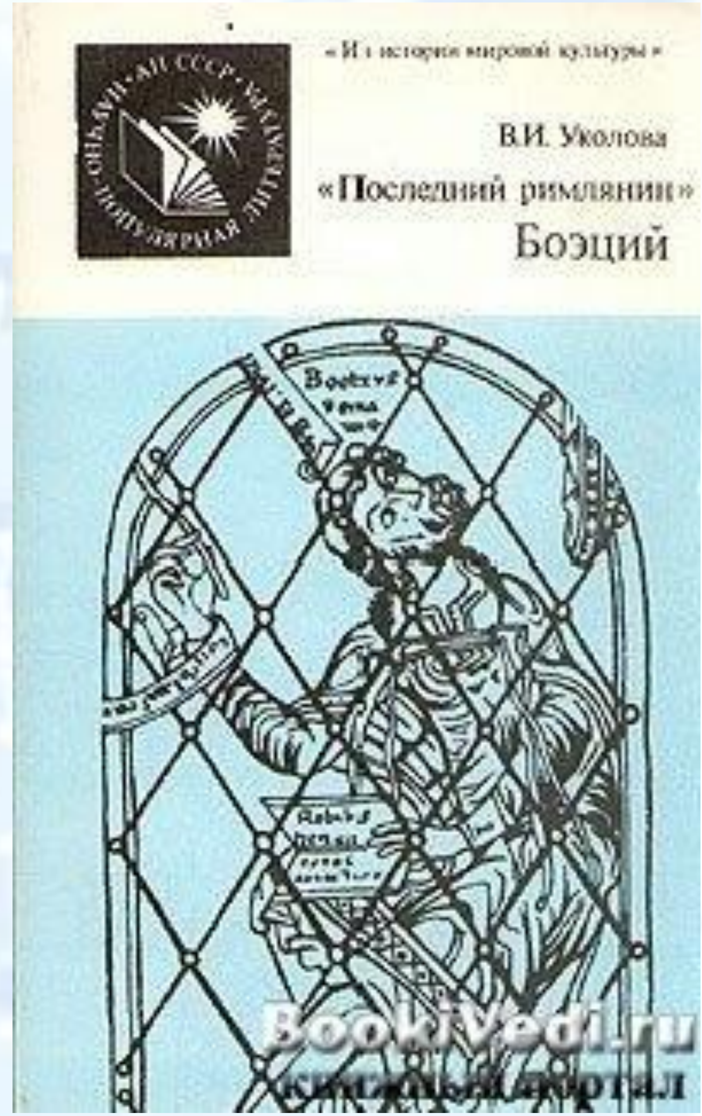
ТРИВИУМ:
грамматика,
риторика,
диалектика
(логика)

КВАДРИВИУМ:
арифметика,
геометрия,
астрономия,
музыка



Пинтурриккио (1454-1513)

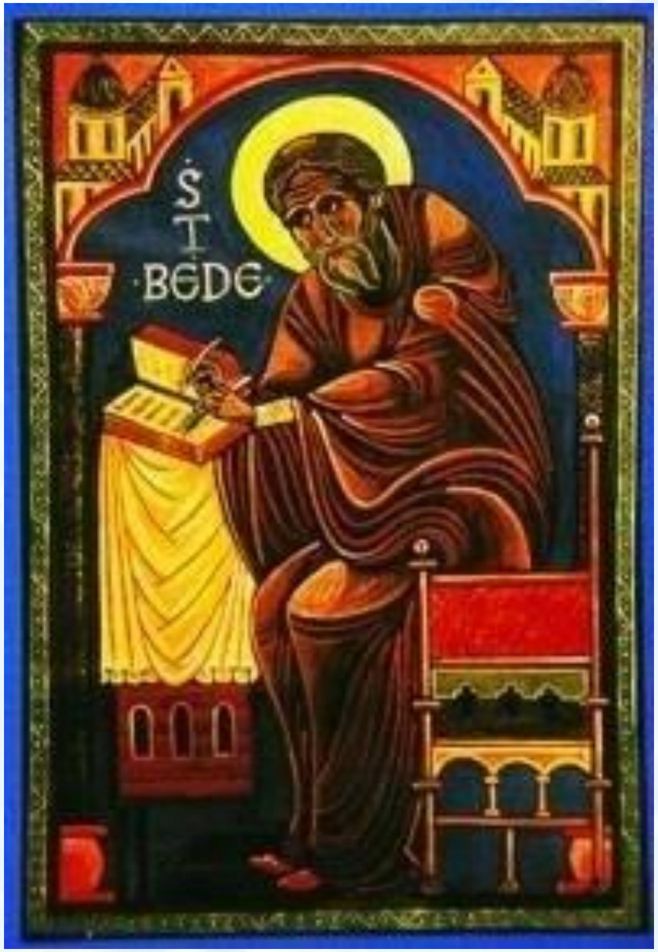
Боэций (ок. 475 – 525)



«Множества, которые сами по себе являются завершенными, познает арифметика» те, что соотнесены с другими, изучают музыканты посредством соразмерности модулирования; геометрия же сулит знание о неподвижных величинах; понятие о подвижных дается постижением астрономической науки» (Боэций)

«Наставления к арифметике»
«Наставления к музыке»

Беда Достопочтенный (ок.673 – 735)

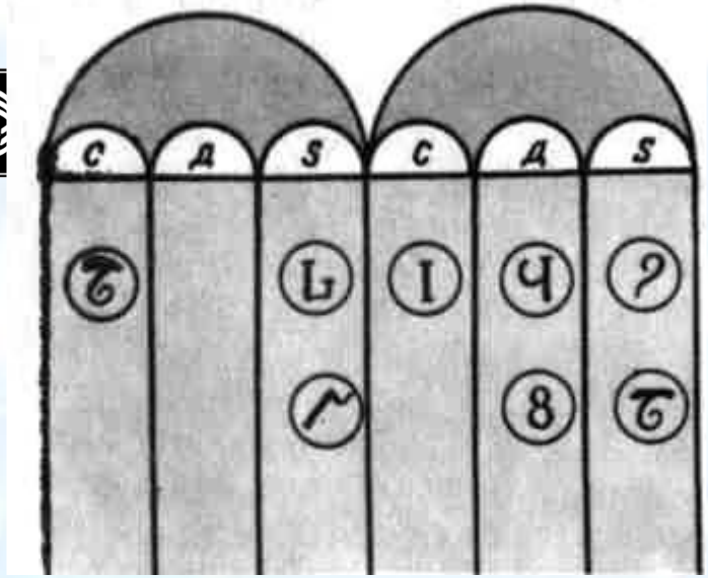


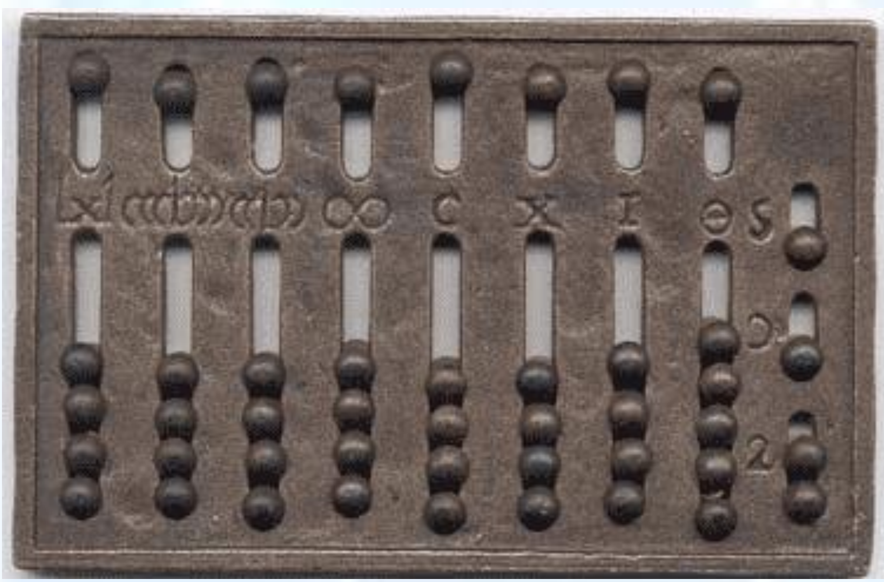
Алкуин (735 – 804)

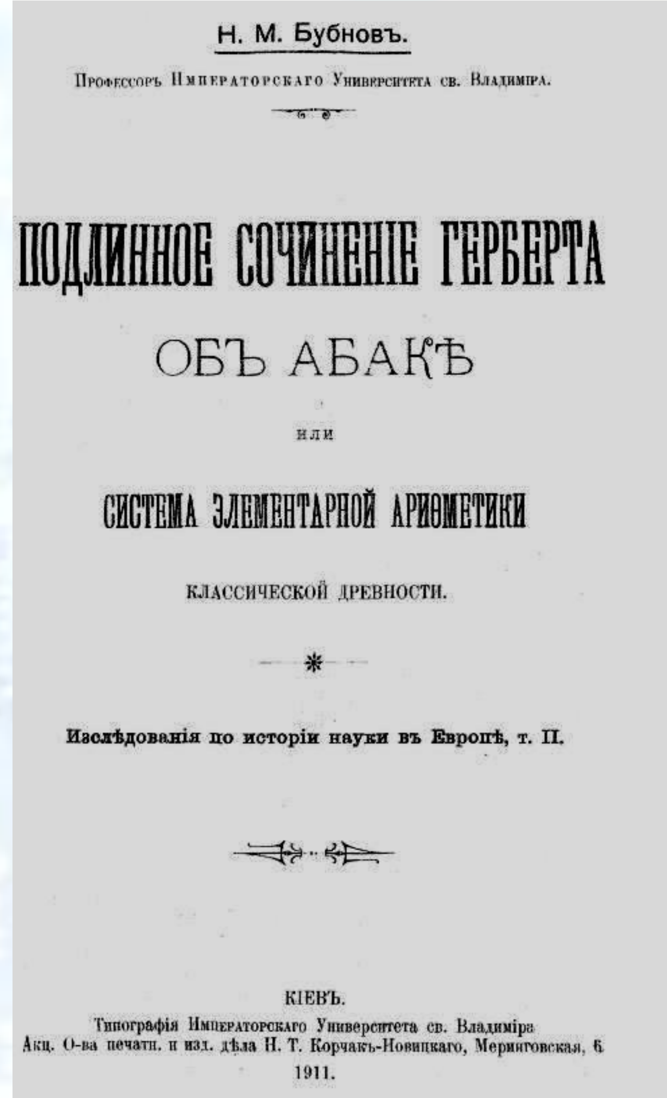
«Один человек должен был перевезти через реку волка, козу и кочан капусты. И не удалось ему найти другого судна, кроме как такого, которое могло выдержать только двоих из них. Задача, таким образом, заключалась в том, как всех перевезти на другой берег целыми и невредимыми. Скажите, кто способен: каким путем они могут перебраться на другой берег невредимыми»

Герберт (ок.940 – 1003)

«В государственной библиотеке обнаружены подлинные рукописи чернокнижника ***Герберта Аврилакского****, десятого века. Так вот требуется, чтобы я их разобрал» (с) Воланд*







Н. М. Бубновъ.

Профессоръ Императорскаго Университета св. Владиміра.

ПОДЛИННОЕ СОЧИНЕНІЕ ГЕРБЕРТА

ОБЪ АБАКѢ

или

СИСТЕМА ЭЛЕМЕНТАРНОЙ АРИѲМЕТИКИ

КЛАССИЧЕСКОЙ ДРЕВНОСТИ.

Изслѣдованія по исторіи науки въ Европѣ, т. II.

КІЕВЪ.

Типографія Императорскаго Университета св. Владиміра
Акц. О-ва печатн. и изд. дѣла Н. Т. Корчакъ-Новицкаго, Меринговская, 6
1911.

Бубнов Н.М. Подлинное сочинение Герберта об абаке. Филологический этюд в области истории математики. Киев: Ун-тет св. Владимира, 1911.

Леонардо Пизанский (Фибоначчи) 1180-1240

Отец мой, родом из Пизы, служил синдиком на таможне в Бужи, в Африке, куда он меня взял с собою для изучения искусства считать. Удивительное искусство считать при помощи только девяти индусских знаков мне так понравилось, что я непременно захотел познакомиться с тем, что известно об этом искусстве в Египте, Греции, Сирии, Сицилии и Провансе. Объехав все эти страны, я убедился, что индусская система счисления есть самая совершенная... Изучив основательно эту систему и все к ней относящееся, прибавив свои собственные исследования и почерпнутое из «Начал» Евклида, я решился написать это сочинение.

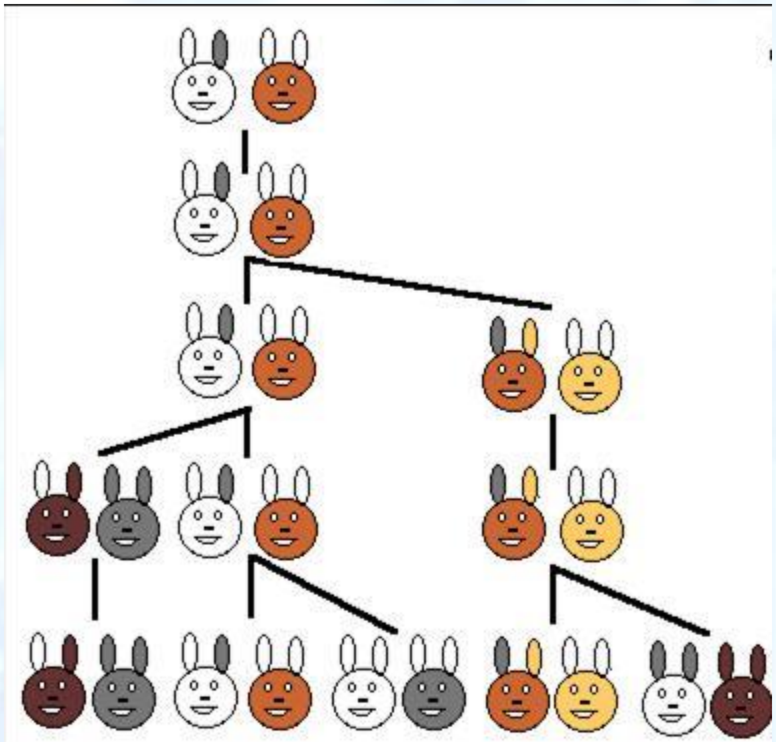
Карпушина Н.М. «Liber abaci» Леонардо Фибоначчи // Математика в школе, 2008. №4

«Книга абака» (1202)

- ➢индусская система нумерации;
- ➢правила действий над целыми числами;
- ➢дроби и смешанные числа;
- ➢разложение чисел на простые множители;
- ➢признаки делимости;
- ➢учение об иррациональных величинах;
- ➢способы приближенного вычисления квадратных и кубических корней;
- ➢свойства пропорции;
- ➢арифметическая и геометрическая прогрессии;
- ➢линейные уравнения и их системы;
- ➢Квадратные уравнения и геометрические задачи на применение теоремы Пифагора

- ❖сформулировал правило для нахождения суммы членов произвольной арифметической прогрессии;
- ❖рассмотрел возвратную последовательность, в которой каждое число, начиная с третьего, равно сумме двух предшествующих ему чисел;
- ❖ввел термин «частное» для обозначения результата деления;
- ❖описал способ приведения дробей к общему знаменателю с помощью нахождения наименьшего общего кратного знаменателей (более рациональный, чем использовали арабские математики).

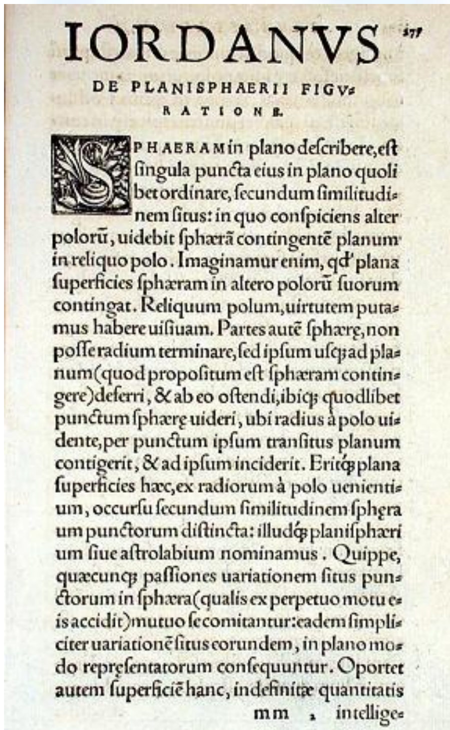
Леонардо Пизанский (Фибоначчи)



$$U_{n+1}=U_n+U_{n-1}$$

1+1+ 2+3+5+8+13+21+34+55+89+144=376

Иордан Неморарий (XIII в.)



IORDANVS 177

DE PLANISPHAERII FIGVRATIONE.

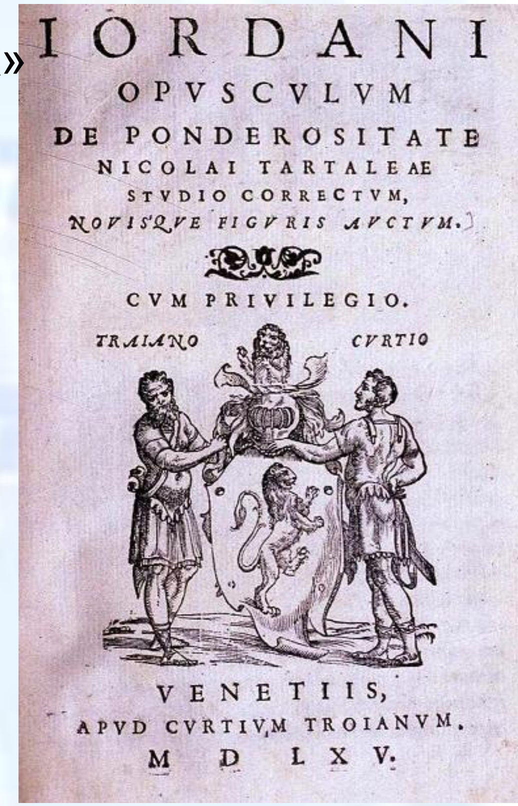
SPHAERAM in plano describere, et singula puncta eius in plano quolibet ordinare, secundum similitudinem situs: in quo conspiciens alter polorũ, uidebit sphæram contingentẽ planum in reliquo polo. Imaginamur enim, qđ plana superficies sphæram in altero polorũ suorum contingat. Reliquum polum, uirtutem putamus habere uisiuam. Partes autẽ sphæræ, non posse radium terminare, sed ipsum usq; ad planum (quod propositum est sphæram contingere) deferri, & ab eo ostendi, ibiq; quodlibet punctum sphæræ uideri, ubi radius à polo uidente, per punctum ipsum transitus planum contigerit, & ad ipsum inciderit. Eritq; plana superficies hæc, ex radiorum à polo uenientium, occursu secundum similitudinem sphæræ um punctorum distincta: illudq; planisphærium siue astrolabium nominamus. Quippe, quæcunq; passiones uariationem situs punctorum in sphæra (qualis ex perpetuo motu eius accidit) mutuo se comitantur: eadem simpliciter uariationẽ situs eorundem, in plano modo repræsentatorum consequuntur. Oportet autem superficiẽ hanc, indefinitæ quantitatis mm , intellige-

«Арифметика, изложенная в 10 книгах» (Arithmetica decem libris demonstrate)

«О данных числах» (*De numeris datis*)

«О треугольниках» (*De triangulis*).

$$\sum_r \binom{n}{r} = 2^n \text{ and } \sum_r \binom{n}{r} 2^r = 3^n$$



IORDANI
OPVSCVLVM
DE PONDEROSITATE
NICOLAI TARTALEAE
STVDIO CORRECTVM,
NOVISQVE FIGVRIS AVCTVM.
CVM PRIVILEGIO.
TRAIANO CVRTIO
VENETIIS,
APVD CVRTIVM TROIANVM.
M D L X V.

Неморарий Иордан. О данных числах. Пер. и комм. С. Н. Шрейдера // ИМИ, 1959. Т.12, с. 559—688.
Folkerts M., Lorch R. The Arabic Sources of Jordanus de Nemore –электронная версия http://muslimheritage.com/topics/default.cfm?ArticleID=710

Университеты

Оксфорд и Париж – 1167
Кэмбридж – 1209
Саламанка – 1218
Неаполь – 1224
Прага – 1348
Краков – 1364
Вена – 1367
Хайдельберг – 1385

Золотой век схоластики

Оксфордская школа

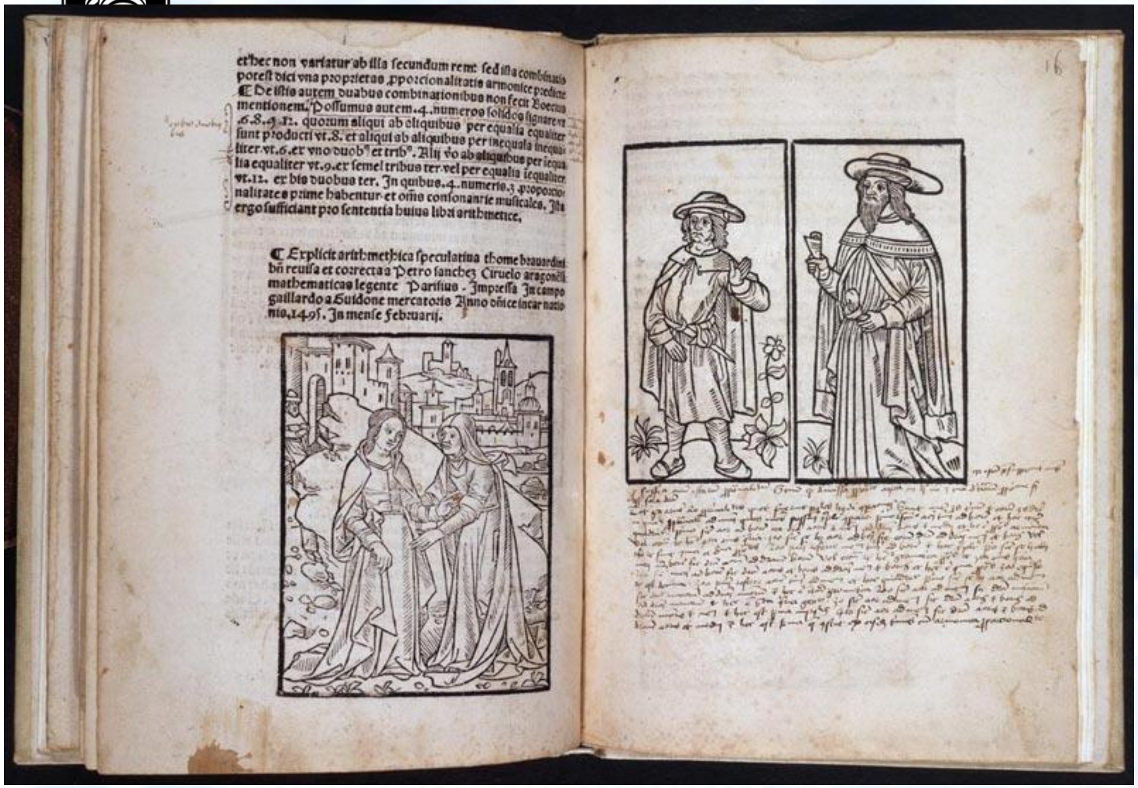
Роберт Гроссетест (1175-1253),
Канцлер Оксфордского университета,
Епископ Линкольнского собора

«О свете или о начале форм» - концепция «метафизики света»
«О сфере» - изложение элементарных математических основ астрономии
«О линиях, углах и фигурах»
«О радуге»
«О наступлении и отступлении моря»

Роджер Бэкон (1214-1294)

- ❖Призывал к опытному изучению природы, к разработке оптики, механики, астрономии.
- ❖Цель всех наук - увеличение власти человека над природой.
- ❖Задумывал обширную энциклопедию наук.

Томас Брадвардин (ок.1290-1349)

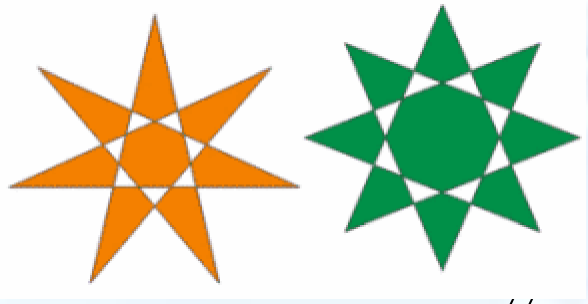


Arithmetica speculativa

«О теоретической геометрии»

«Трактат о континууме»

«О пропорциях»



Зубов В.П. Трактат Брадвардина "О континууме« // ИМИ, 1960. № 13. С. 385–440.

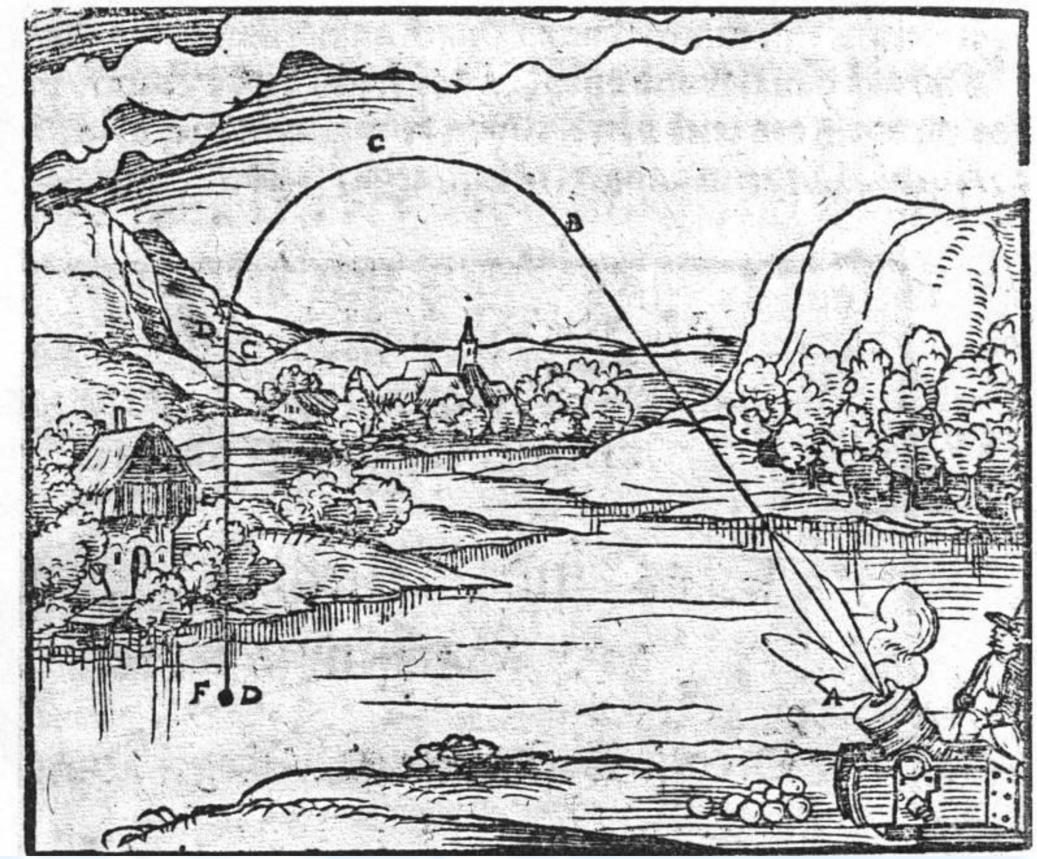
Ричард Суайнсхед (1265-1308)

«Книга вычислений»
(*Liber calculationum*)
Около 1350

$$\frac{1}{2}+\frac{2}{2^2}+\frac{3}{2^3}+\frac{4}{2^4}+\frac{5}{2^5}+\ldots=2.$$

Широков В. С. О «Книге вычислений» Ричарда Суисета //*Историко-математические исследования*, 21, 1976, с. 129–142.

Французская школа



Жан Буридан (ок.1300-1358)

Французская школа

Николя Орем
(ок. 1323-1382)

«Книга о небе и мире»

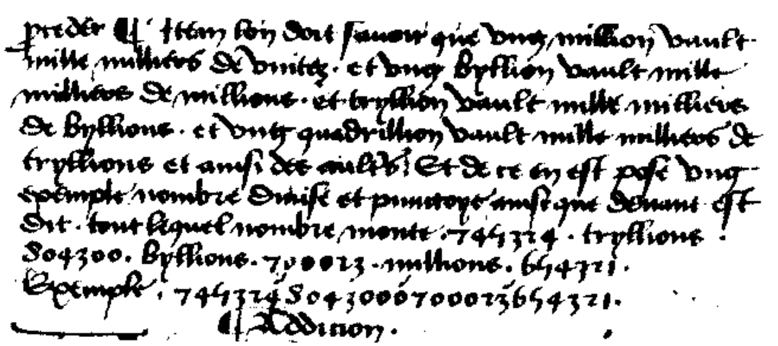
«Вычисление пропорций»

Схема деления октавы на 12 равных тонов — равномерно темперированная музыкальная шкала

«О происхождении, сущности и обращении денег»

Николай Шюке (около 1445-1488)

«Наука о числах» (Triparty en la science des nombres, 1484)



$$12x^0 \cdot 12x^0 = 144x^{0+0} = 144x^0.$$

$$\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$$

первый канон

$$ax = b \Rightarrow x = \frac{b}{a},$$
$$ax^{n+1} = bx^n \Rightarrow x = \frac{b}{a},$$
$$ax^{n+k} = bx^n \Rightarrow x = \sqrt[k]{\frac{b}{a}};$$

второй канон

$$ax^2 = bx + c \Rightarrow x = \frac{b}{2a} + \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a}},$$
$$ax^k = bx^{k-1} + cx^{k-2} \Rightarrow x = \frac{b}{2a} + \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a}},$$
$$ax^{2m+k} = bx^{m+k} + cx^k \Rightarrow x = \sqrt[m]{\frac{b}{2a} + \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a}}};$$

третий канон

$$ax^2 + bx = c \Rightarrow x = \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a}} - \frac{b}{2a},$$
$$ax^k + bx^{k-1} = cx^{k-2} \Rightarrow x = \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a}} - \frac{b}{2a},$$
$$ax^{2m+k} + bx^{m+k} = cx^k \Rightarrow x = \sqrt[m]{\sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a}} - \frac{b}{2a}};$$

четвертый канон

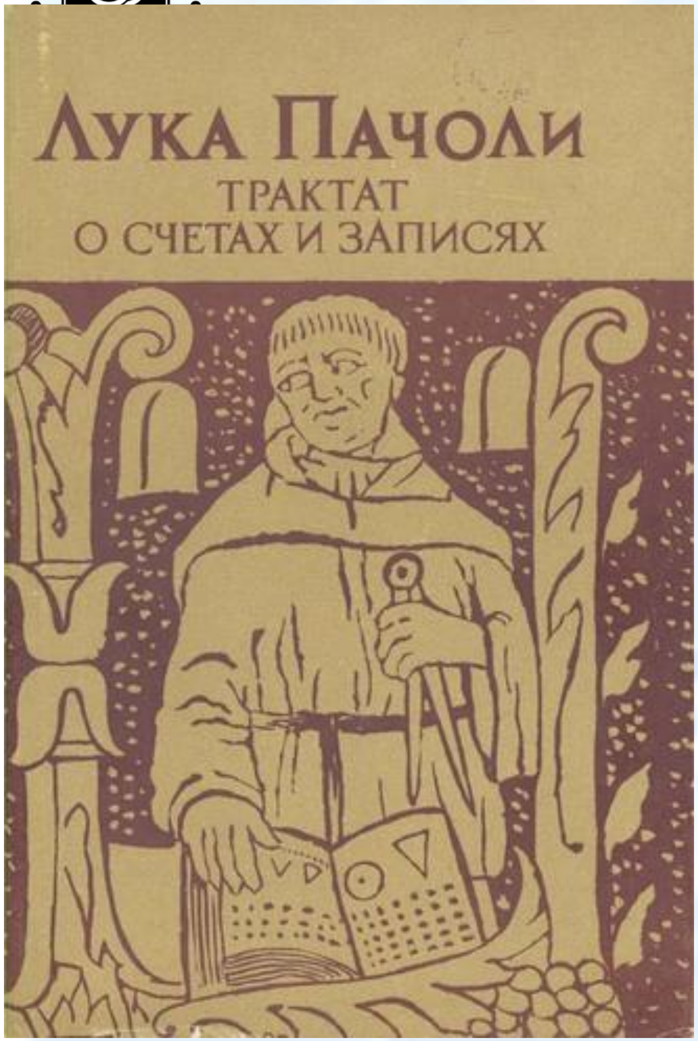
$$ax^2 + c = bx \Rightarrow x_{1,2} = \frac{b}{2a} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}},$$
$$ax^k + cx^{k-2} = bx^{k-1} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{b}{2a} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}},$$
$$ax^{2m+k} + cx^k = bx^{m+k} \Rightarrow x_{1,2} = \sqrt[m]{\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}}}.$$

$$1,\quad 2,\quad 3, \ldots,\quad n$$

$$a,\ a^2,\ a^3, \ldots, a^n$$

Токарева Т.А. Алгебра Шюке. – 1978. № 23. С. 270–283

Лука Пачоли (около 1445-около 1515)



Соколов Я. Лука Пачоли: человек и мыслитель. М.,1994.

"Сумма арифметики, геометрии, учения о пропорциях и отношениях“ (1494)

Regula della cossa

x – co (cosa – вещь)

x^2 – ce (censo – квадрат)

x^3 – cu (cubo),

x^4 – ce. ce. (censo de censo),

x^5 – p°r° (primo relato – «первое relato»,

Summa de Arithmetica geo

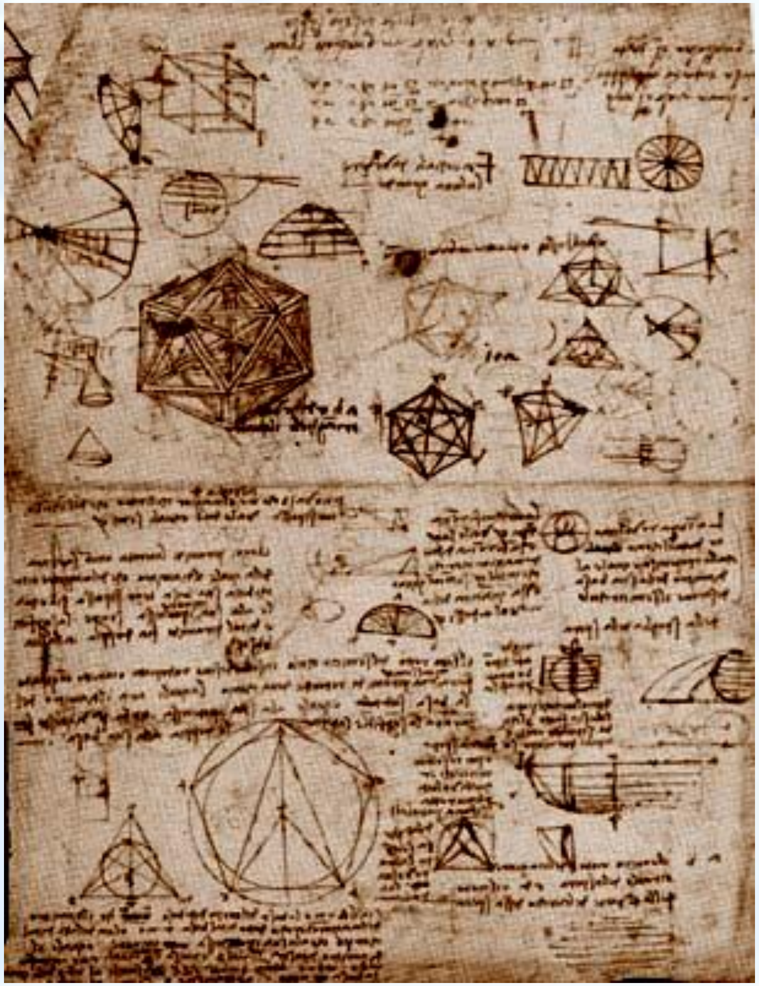
Continentia de tutta lopera.

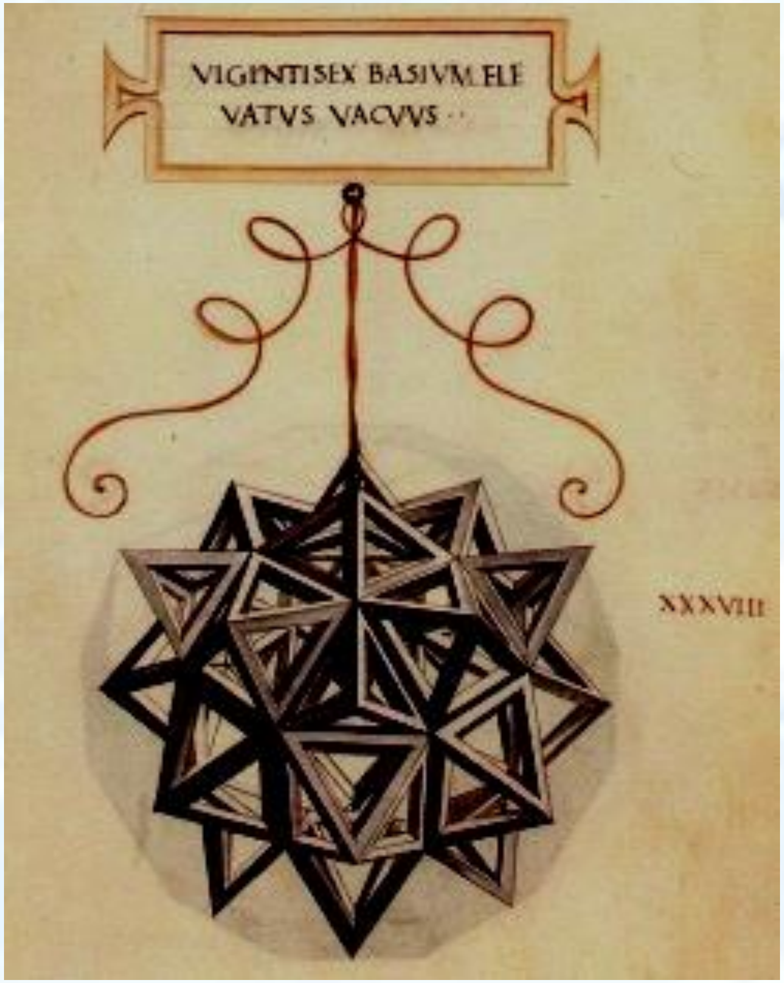
http://lib.miemp.ru/plan/text/fin/Luka%20Pacholi.pdf

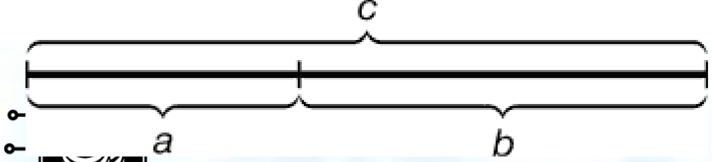
Лука Пачоли (около 1445-около 1515)

«О божественной пропорции» (1508)

Книга посвящена зодчеству, пяти правильным многогранникам и пропорциям человеческого тела







Развитие алгебры

Золотое сечение

Золотое сечение – это такое пропорциональное деление отрезка на неравные части, при котором весь отрезок так относится к большей части, как сама большая часть относится к меньшей; или другими словами, меньший отрезок так относится к большему, как больший ко всему

a : *b* = *b* : *c* или *c* : *b* = *b* : *a*.

$$\varphi^2 = \varphi + 1 \qquad \varphi \cdot (\varphi - 1) = 1$$

$$\varphi = \frac{1}{\varphi} + 1$$

$$\varphi = 2 \cdot \cos\frac{\pi}{5}$$

$$\varphi = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \ldots}}}}$$

$$x^2 - x - 1 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\varphi = 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \ldots}}}$$

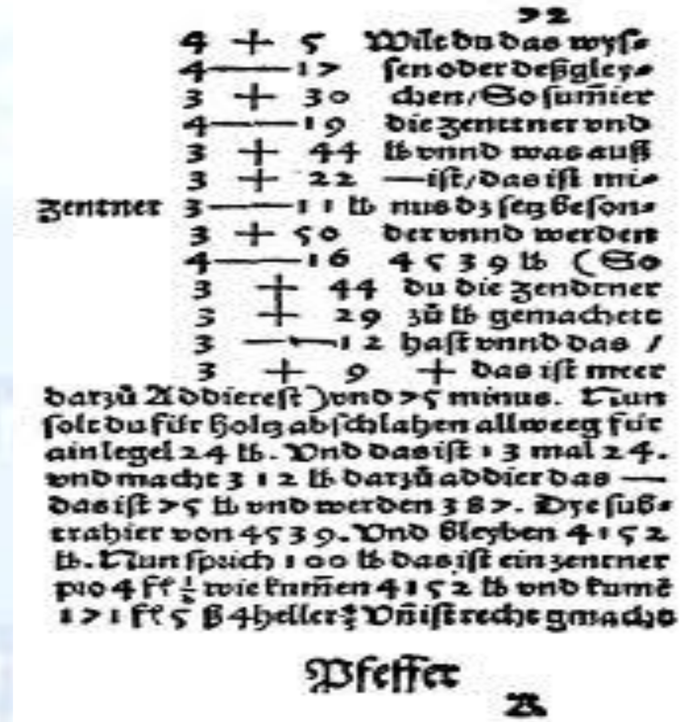
$$\varphi = \frac{\sqrt{5} + 1}{2} \approx 1{,}6180339887\ldots$$

1,1,2,3,5,8,13,…

$$\varphi = \lim_{n \to \infty} \frac{F_{n+1}}{F_n}$$

Косситы

Адам Ризе
(1492 – 1559)



72

4 + 5 Wilt du das wyssen oder desgleychen / So summier die zentner vnd lb vnnd was auß ist / das ist mi-
4 — 17
3 + 30
4 — 19
3 + 44
3 + 22
Zentner 3 — 11 lb nus dz setz besonder vnnd werden
3 + 50
4 — 16 4539 lb (So
3 + 44 du die zendtner
3 + 29 zů lb gemachet
3 — 12 hast vnnd das /
3 + 9 + das ist meer

darzů Addierest) vnd 75 minus. Nun solt du für holtz abschlahen allweeg für ain legel 24 lb. Vnd das ist 13 mal 24. vnd macht 312 lb darzů addier das — das ist 75 lb vnd werden 387. Dye subtrahier von 4539. Vnd bleyben 4152 lb. Nun sprich 100 lb das ist ein zentner pro 4 ff $\frac{1}{5}$ wie kumen 4152 lb vnd kumē 171 ff 5 ß 4 heller $\frac{2}{5}$ Vñ ist recht gmacht

Pfeffer

B

Ян Видман (1460 - 1-я половина XVI в.)

- переход от конкретного мышления к абстрактному,
- переход от простого к сложному и
- необходимость для прочного усвоения изучаемого предмета возможно частого его повторения.

Кристоф Рудольф (около 1500 – 1545) - *«Быстрый и красивый счет при помощи искусных правил алгебры, обычно называемых Косс»*
Учение о геом. прогрессиях, осн. алгебр. операции, действия над двучленами и иррациональными величинами

Михаэль Штифель (1487 – 1567)

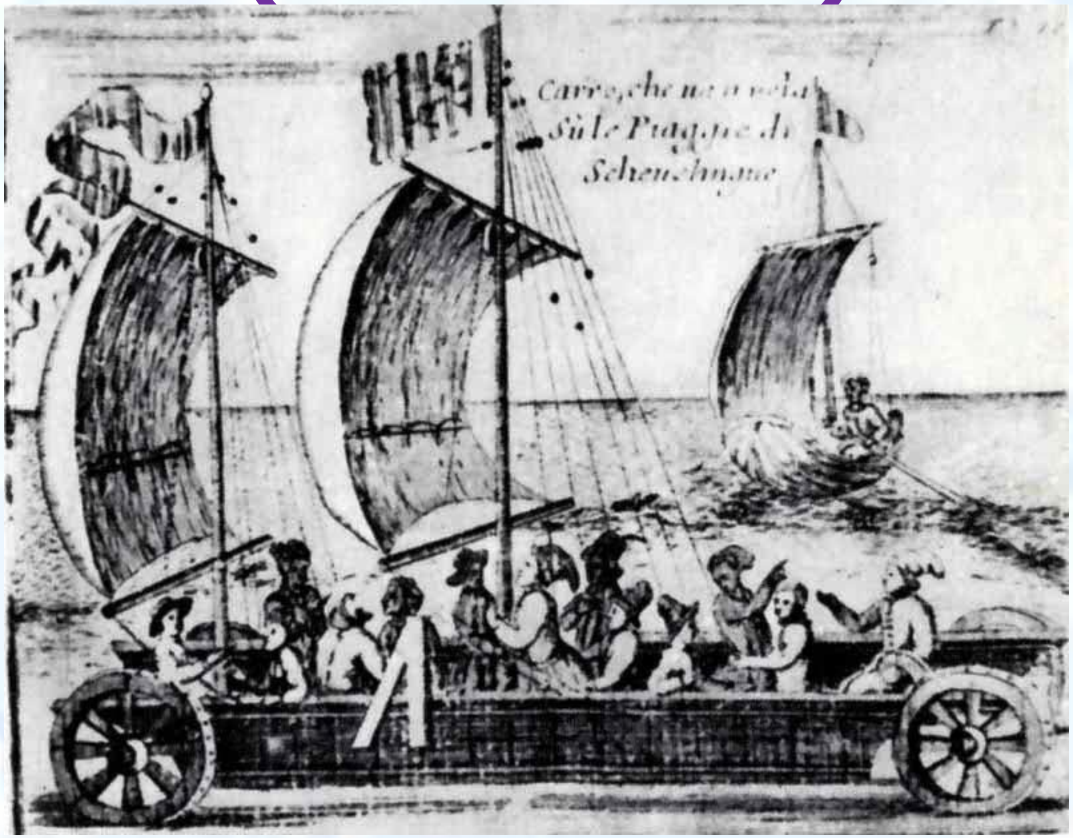
–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5	6	7
1/16	1/8	1/4	1/2	1	2	4	8	16	32	64	128

1000900360084012601260084003600090001
10008002800560070005600280008001
1000700210035003500210007001
1000600150020001500060001
100050010001000050001
10004000600040001
1000300030001
100020001
10001

умножению		сложение
делению	чисел геометрической прогрессии	вычитание
возвышению в степень k	отвечает в арифметической прогрессии	умножение на k
извлечению корня степени k		деление на k

Симон Стевин (1548-1620)

Симон Стевин (1548-1620)

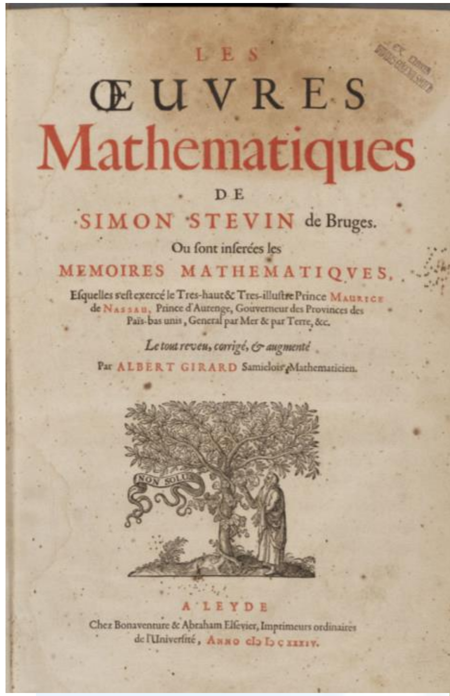


DE THIENDE

Leerende door onghehoorde lichticheyt allen rekeningen onder den Menschen noodich vallende, afveerdighen door heele ghetalen sonder ghebrokenen.

Beschreven door SIMON STEVIN van Brugghe.

TOT LEYDEN, By Christoffel Plantijn M. D. LXXXV



LES ŒUVRES Mathematiques DE SIMON STEVIN de Bruges.

Ou sont inserées les MEMOIRES MATHEMATIQVES, Esquelles s'est exercé le Tres-haut & Tres-illustre Prince MAURICE de NASSAU, Prince d'Aurenge, Gouverneur des Provinces des Païs-bas unis, General par Mer & par Terre, &c.

Le tout reveu, corrigé, & augmenté Par ALBERT GIRARD Samielois, Mathematicien.

A LEYDE Chez Bonaventure & Abraham Elsevier, Imprimeurs ordinaires de l'Université, ANNO CIƆ IƆ C XXXIV.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis. 1① | 2
Ergo le second nombre (puis qu'il faut que le double du produict du premier & second soit √48) sera [illegible] | √3
Le quarré du premier nombre est 1② | 4
Le quarré du second nombre est [illegible] | 3
La somme des quarrez [illegible] | 7
Egale à 7
Lesquels termes reduicts, 1④ sera egale à 7②—12.
Et par le 78 probleme 1① vaudra 2.

Je di, que 2 & √3 sont les deux nombres requis. *Demonstration*. Le produict de 2 & √3, est √12, son double √48; Item la somme des quarrez de 2 & √3, est 7, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. L'on pourroit encore faire ceste construction ainsi:

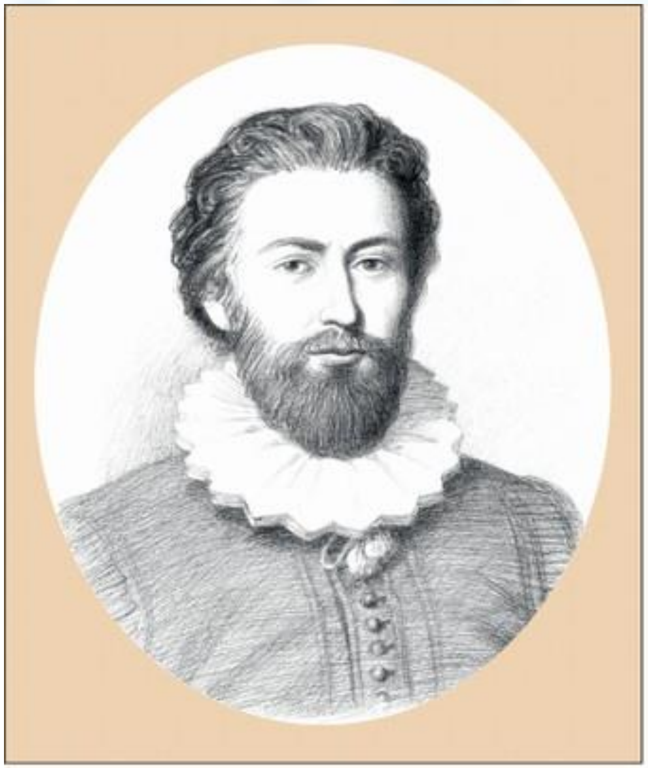
Soit le premier nombre requis 1① | 2
Son quarré pour le premier quarré 1② | 4
Ergo le second quarré (puis qu'avec le pre-

14 382 14/382 $14\frac{382}{}$	1579г.	Франсуа Виет
14⓪3①8②2③ 14 382 ③	1585г.	Симон Стевин
14,382	1592г.	Джованни Маджини
$1\overset{\circ}{4}382$	1592г.	Иост Бюрги
14.382	1593г.	Кристофер Клавий
$\overset{0}{14}.\ \overset{I}{3}.\ \overset{II}{8}.\ \overset{III}{2}$	1603г.	Иоганн Бейер
$14\ 3^{(1)}8^{(2)}2^{(3)}$	1608г.	Роберт Нортон
14 | 382	1608г.	Бартоломей Питиск
14 (382	1616г.	Иоганн Кеплер
14·382 14,382	1617г.	Джон Непер
$14\,\underline{382}$ $14\ \underline{^{382}}$	1624г.	Генри Бриггс
14382 ③	1626г.	Иезекиил де Деккер
14⌊382	1631г.	Уильям Отред
14382‴ 14:382	1634г.	Пьер Эригон
14 382 iij	1636г.	Джеймс Юм
$14'\|\dot{3}\dot{8}\dot{2}$	1651г.	Роберт Джагер
14,382	1661г.	Георг Бёклер

Франсуа Виет (1540-1603)
François Viète

Франсуа Виет (1540-1503)

«Введение в искусство анализа»



- видовая логистика (общая алгебра)
- числовая логистика

A cubus minus Z quadrato ter in A aequatur Z cubo

$$x^3 - 3z^2x = z^3$$

$$2\sin\frac{360^0 n + 12^0}{45}$$

$$45x - 3795x^3 + 05634x^3 - ... + 12300x^{39} + 945x^{41} - 45x^{43} + x^{45} = \sqrt{1\frac{3}{4} - \sqrt{\frac{5}{6}} - \sqrt{1\frac{7}{8} - \sqrt{\frac{45}{64}}}}$$

«История великой контраверзы»

$$x^3 + b = ax$$

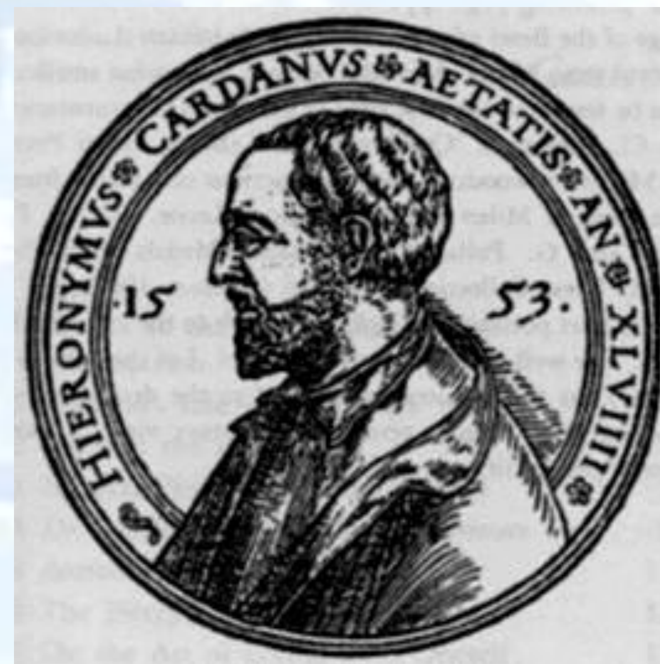
$$x^3 + ax = b$$

Сципион дель Ферро (1456-1526)

Антонио Мария Фиоре

Николо Тарталья (1500-1557)

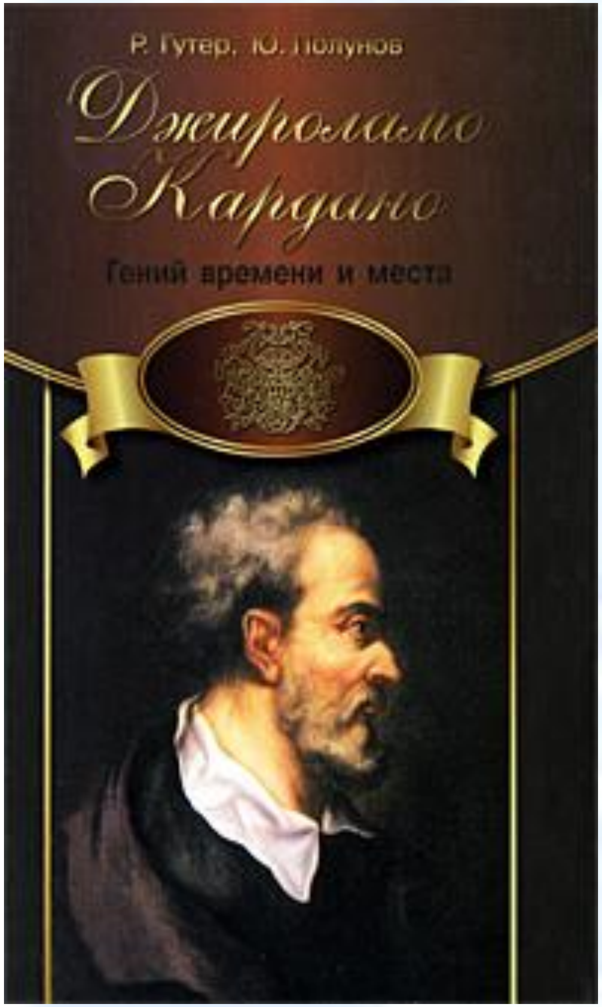
Джероламо Кардано (1501-1576).



Лудовико (Лодовико, Луиджи) Феррари (1522-1565)

«История великой контраверзы»

дель Ферро, 1515 $$x^3 + ax = b, a > 0, b > 0$$



1535, поединок Фиоре и Тартальи $$x^3 = ax + b, a > 0, b > 0$$

«История великой контраверзы»

1539 , Тарталья сообщает решение Кардано

1542 , Кардано узнает о формуле дель Ферро

Кардано, «Великое искусство», 1545

1548, диспут между Тартальей и Феррари

«История великой … аверзы»

HIERONYMI CAR-
DANI, PRÆSTANTISSIMI MATHE-
MATICI, PHILOSOPHI, AC MEDICI,
ARTIS MAGNÆ,
SIVE DE REGVLIS ALGEBRAICIS,
Lib. unus. Qui & totius operis de Arithmetica, quod
OPVS PERFECTVM
inscripsit, est in ordine Decimus.

HAbes in hoc libro, studiose Lector, Regulas Algebraicas (Itali, de la Cossa uocant) nouis adinuentionibus, ac demonstrationibus ab Authore ita locupletatas, ut pro pauculis antea uulgò tritis, iam septuaginta euaserint. Neque solum, ubi unus numerus alteri, aut duo uni, uerum etiam, ubi duo duobus, aut tres uni æquales fuerint, nodum explicant. Hunc aût librum ideo seorsim edere placuit, ut hoc abstrusissimo, & planè inexhausto totius Arithmeticæ thesauro in lucem eruto, & quasi in theatro quodam omnibus ad spectandum exposito, Lectores incitarentur, ut reliquos Operis Perfecti libros, qui per Tomos edentur, tanto auidius amplectantur, ac minore fastidio perdiscant.

$$y^3+3py+2q=0$$

$$y_1=u+v$$

$$y_2=\varepsilon_1 u+\varepsilon_2 v$$

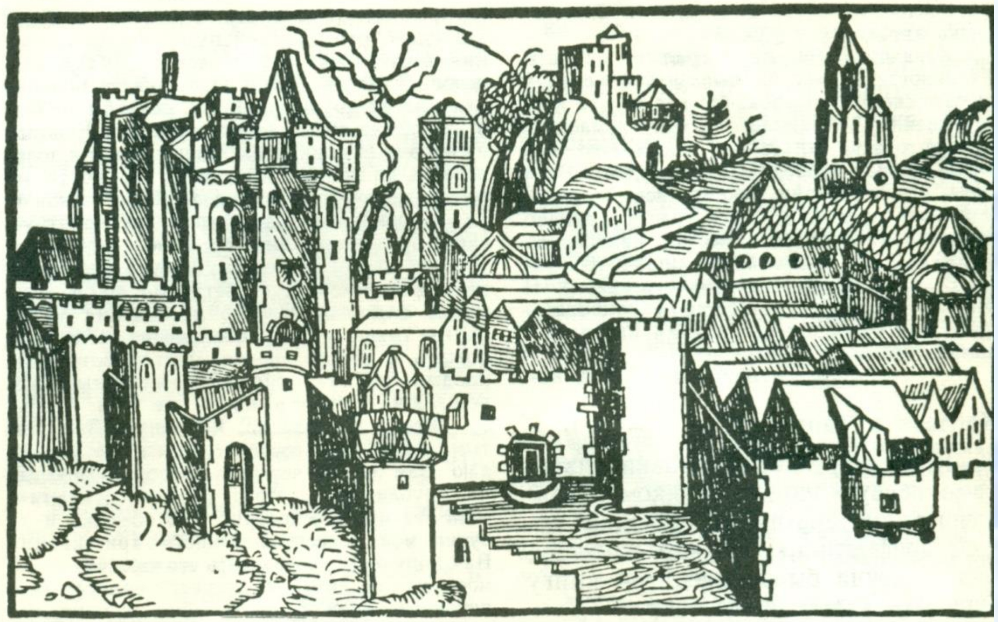
$$y_3=\varepsilon_2 u+\varepsilon_1 v$$

$$\varepsilon_1=-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \varepsilon_2=-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$u=\sqrt[3]{-q+\sqrt{q^2+p^3}}$$

$$v=\sqrt[3]{-q-\sqrt{q^2+p^3}}$$

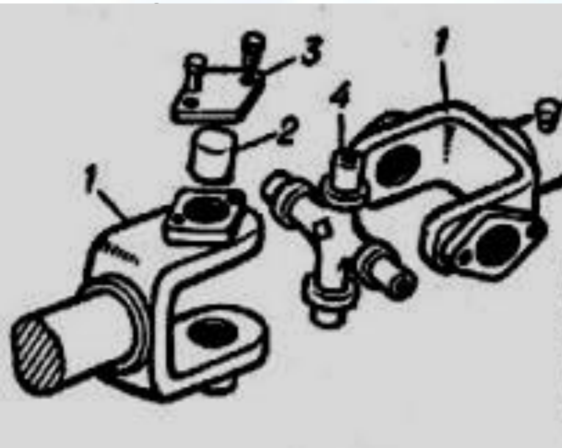
Джироламо Кардано
1501-1576



Милан (гравюра на дереве 1493 года)

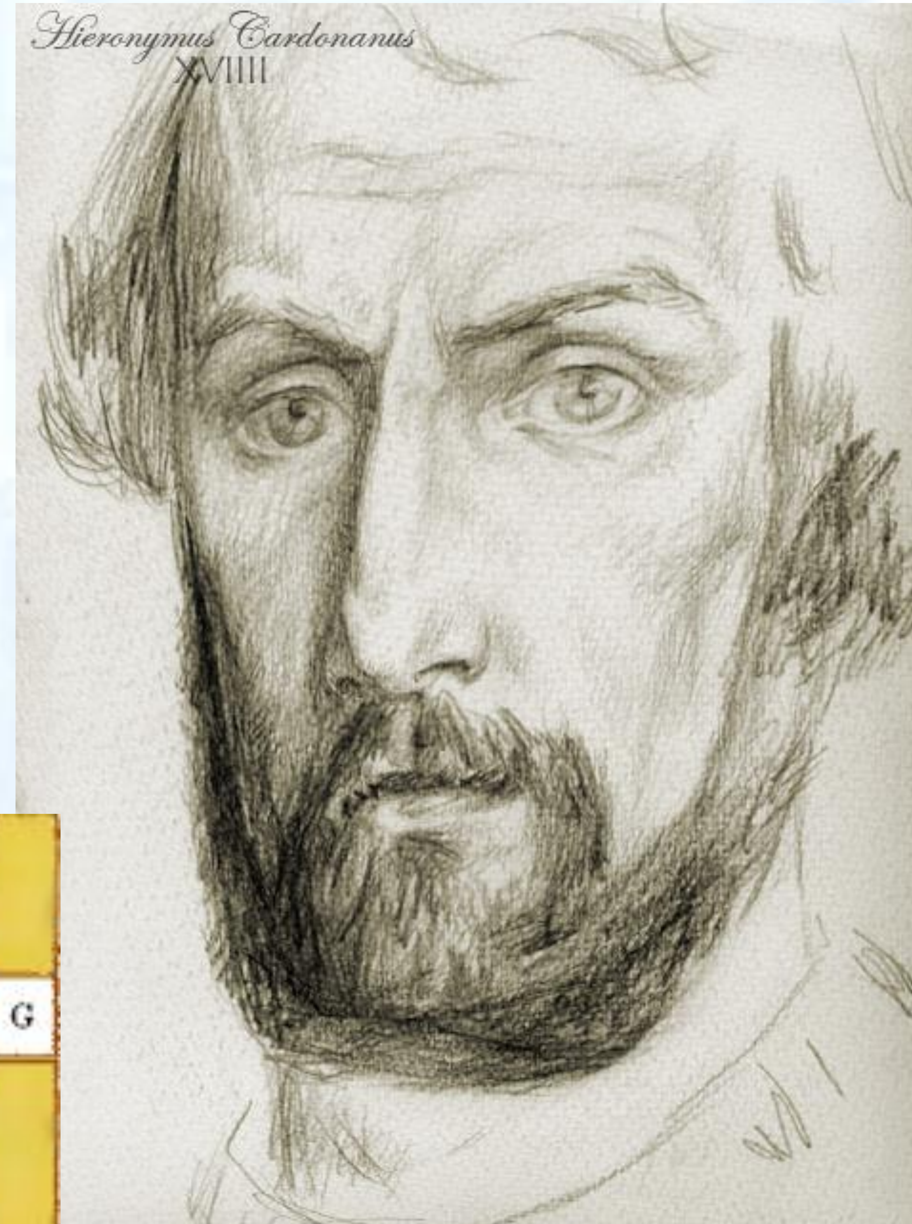
«Кардано рассматривает науку везде в связи со своей личностью, со своим образом жизни. Поэтому из его произведений обращается к нам естественность и живость, которая нас притягивает, возбуждает, освежает, и заставляет действовать. Это не доктор в долгополом одеянии, который поучает нас с кафедры, а человек, который прогуливается рядом, делает замечания, удивляется, порой переполняется болью и радостью, и это все заражает нас…

Кардано был великим человеком при всех его недостатках; без них он был бы совершенством» (Г.В.Лейбниц)

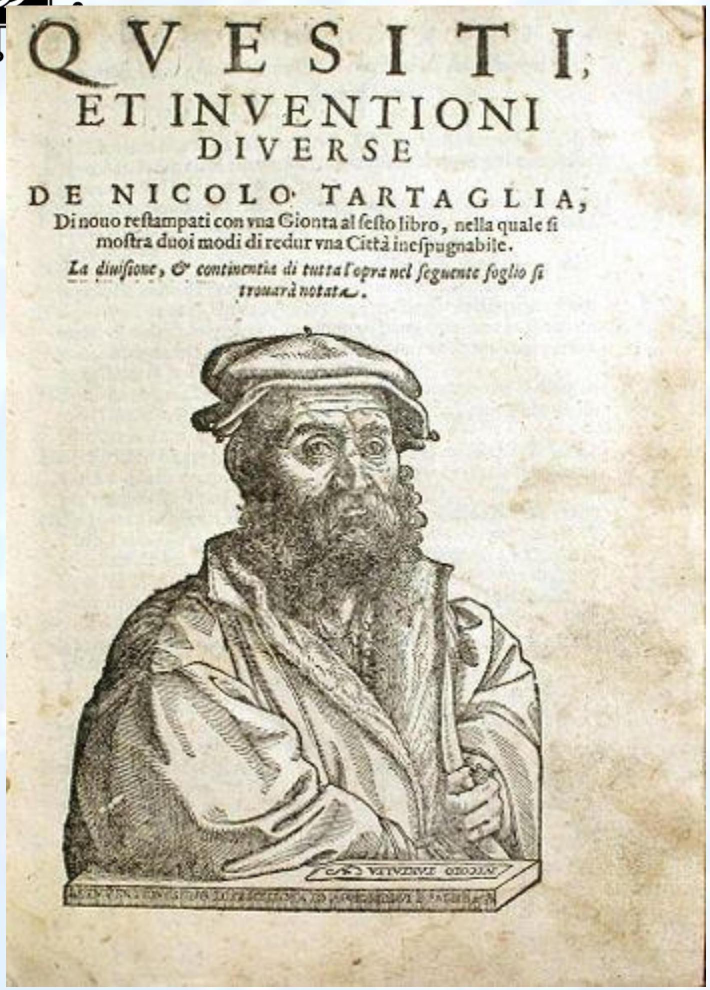


Жёсткий карданный механизм: *1* — вилка; *2* — опора цапф крестовины; *3* — крышка; *4* — крестовина.

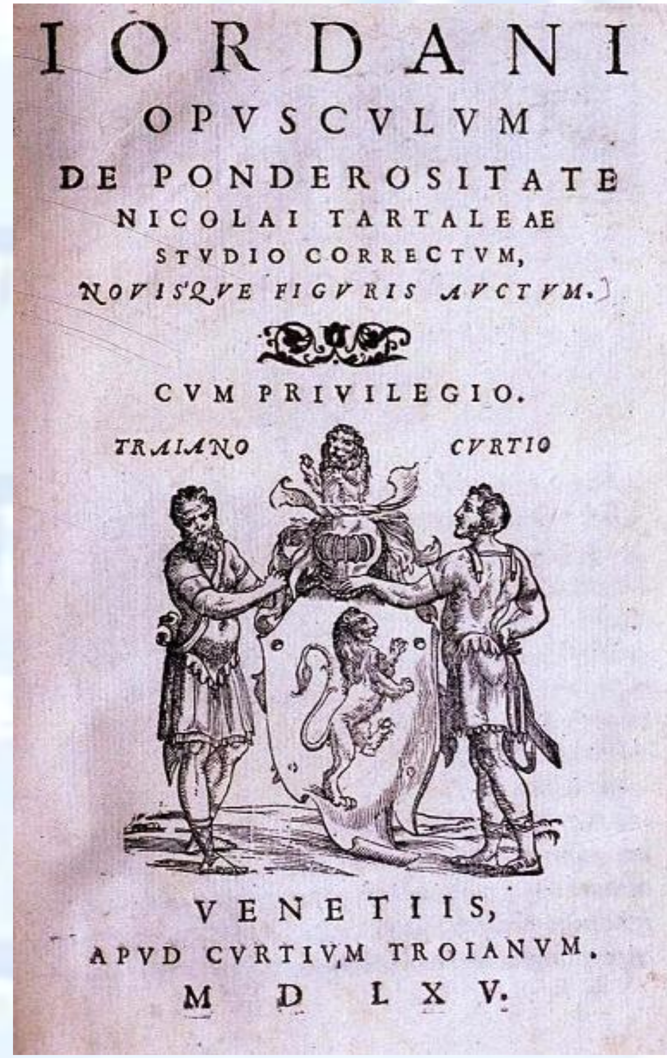
B	1	H	J	T	K
D	P	A	Q	U	2
N	3	U	N	9	G
F	E	O	I	I	S
V	E	A	O	7	T
O	M	R	6	S	L



Николо Тарталья (1500-1557)



QVESITI
ET INVENTIONI
DIVERSE
DE NICOLO TARTAGLIA,
Di nouo restampati con vna Gionta al sesto libro, nella quale si mostra duoi modi di redur vna Città inespugnabile.
La diuisione, & continentia di tutta l'opra nel seguente foglio si trouarà notata.



IORDANI
OPVSCVLVM
DE PONDEROSITATE
NICOLAI TARTALEAE
STVDIO CORRECTVM,
NOVISQVE FIGVRIS AVCTVM.
CVM PRIVILEGIO.
TRAIANO CVRTIO
VENETIIS,
APVD CVRTIVM TROIANVM.
M D LXV.

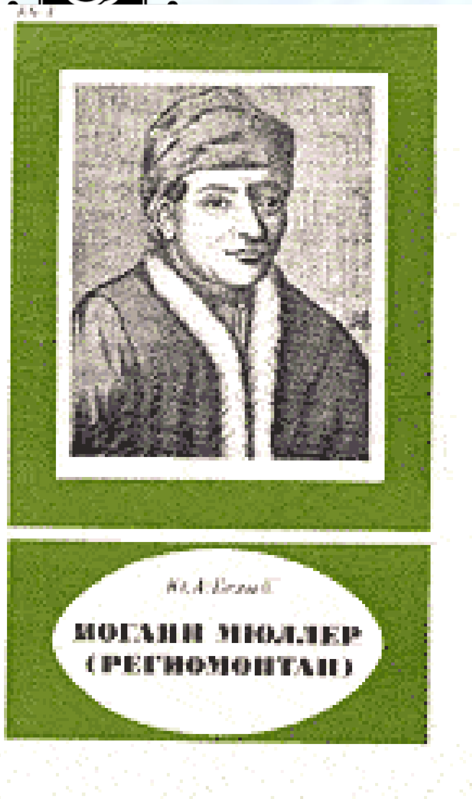
«Общее исследование чисел и мер»

Николай Кузанский (1401-1464)

$$\varphi \approx \frac{3\sin\varphi}{2+\cos\varphi}$$

«О квадратуре круга»
«О соизмерении прямого и кривого»

Иоганн Мюллер (Региомонтан) (1436-1476)



Monte region = region monte = Konigsberg=
= Королевская гора»

$$(2^{13}-1)\cdot 2^{12}=8191\cdot 4096=33550336$$

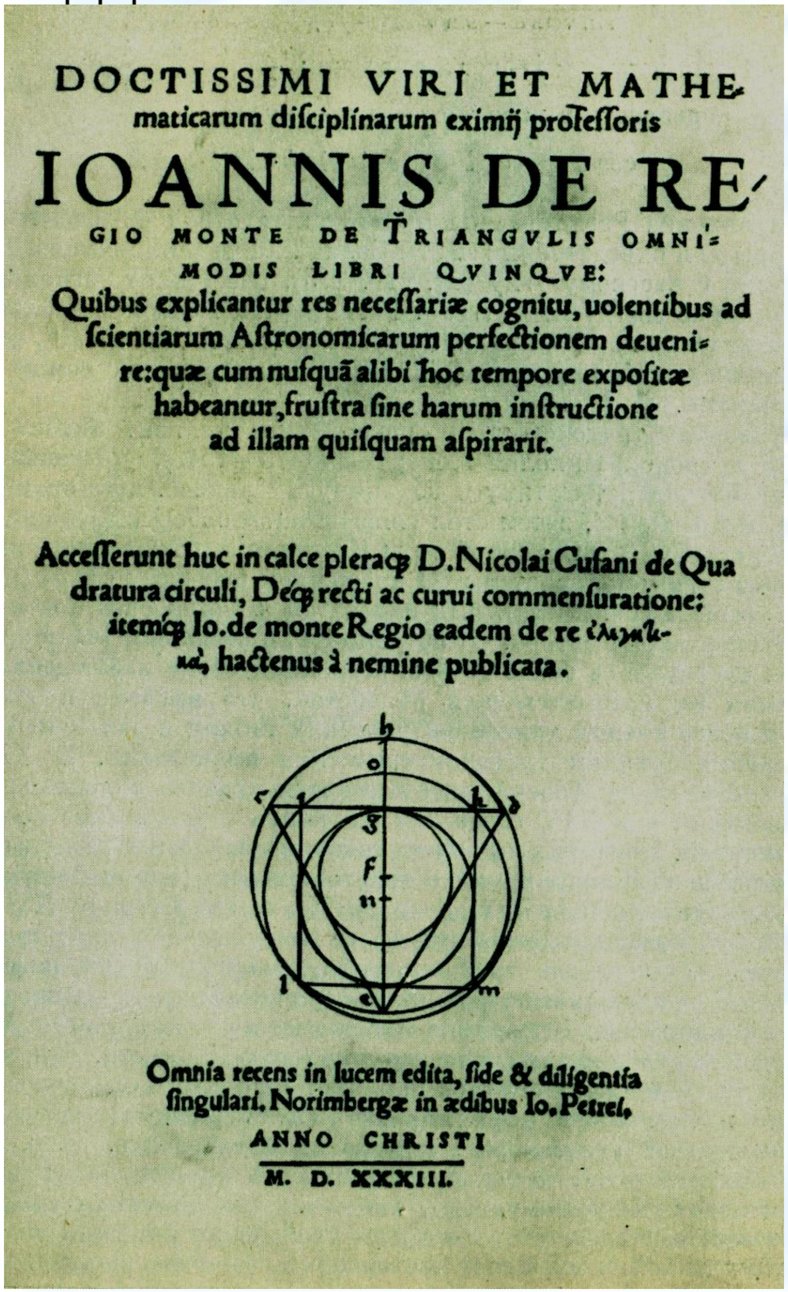
Региомонтан (1436-1476)

«Эпитома»

«Таблицы первого движущегося»

Laterales Descendentes g	Arcus Arcales g	m	s	Differentia Lateralis m s	Laterales Descendentes g	Arcus Arcales g	m	s	Differentia Lateralis m s	Laterales Descendentes g	Arcus Arcales g	m	s	Differentia Lateralis m s
1	0	56 56	23 23	0 21	31	28	56 55	43 12	11 49	61	55	16 47	21 43	30 58
2	1	52 56	46 22	0 42	32	29	51 55	55 5	12 15	62	56	4 47	4 7	31 34
3	2	49 56	8 22	1 3	33	30	47 54	0 59	12 43	63	56	51 46	11 29	32 53
4	3	45 56	30 22	1 24	34	31	41 54	59 59	13 11	64	57	37 45	40 49	33 54
5	4	41 56	54 21	1 45	35	32	36 54	53 47	13 39	65	58	23 45	29 6	34 57

Образец таблиц с двойным входом, составленных Региомонтаном



DOCTISSIMI VIRI ET MATHE-
maticarum disciplinarum eximij professoris
IOANNIS DE RE-
GIO MONTE DE TRIANGVLIS OMNI-
MODIS LIBRI QVINQVE:
Quibus explicantur res necessariæ cognitu, uolentibus ad
scientiarum Astronomicarum perfectionem deueni-
re: quæ cum nusquã alibi hoc tempore expositæ
habeantur, frustra sine harum instructione
ad illam quisquam aspirarit.

Accesserunt huc in calce pleraq; D. Nicolai Cusani de Qua-
dratura circuli, Deq; recti ac curui commensuratione:
itemq; Io. de monte Regio eadem de re ἐλεγκτικά, hactenus à nemine publicata.

Omnia recens in lucem edita, fide & diligentia
singulari. Norimbergæ in ædibus Io. Petrei.
ANNO CHRISTI
M. D. XXXIII.

✓Первая книга — вводная

✓Вторая – систематическое изложение тригонометрического материала

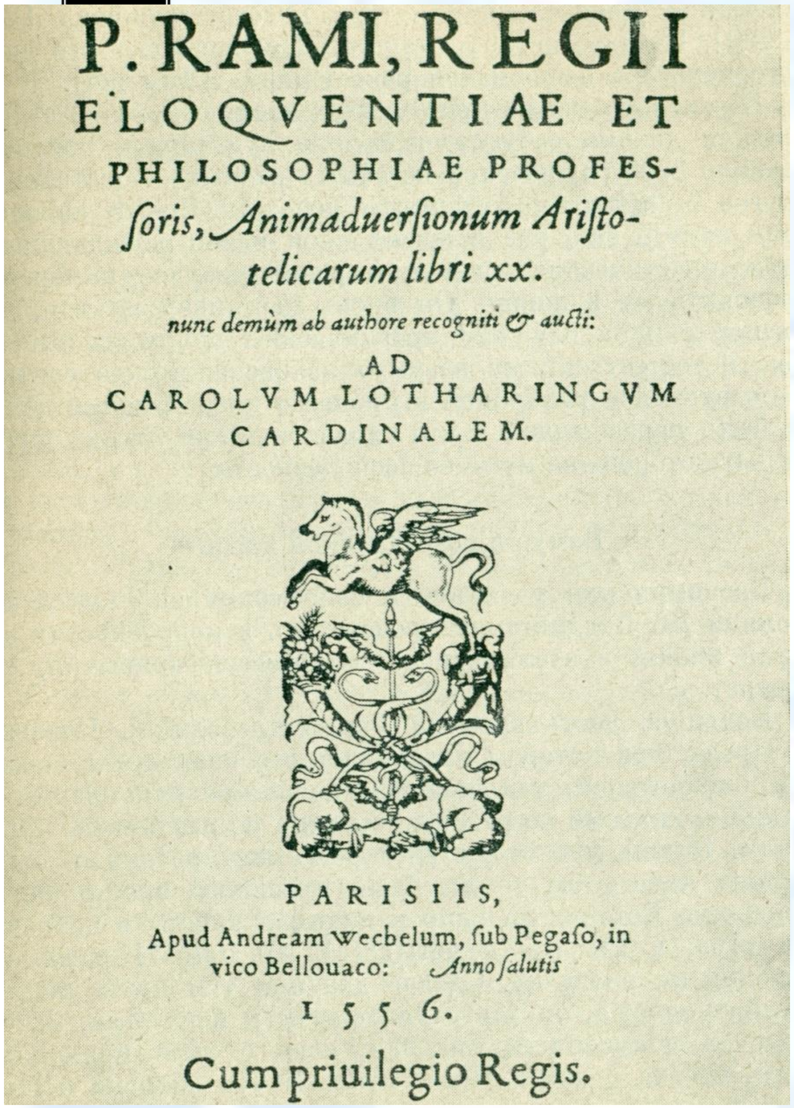
✓Третья – сферическая тригонометрия

✓Четвертая – тригонометрическая теорема синусов

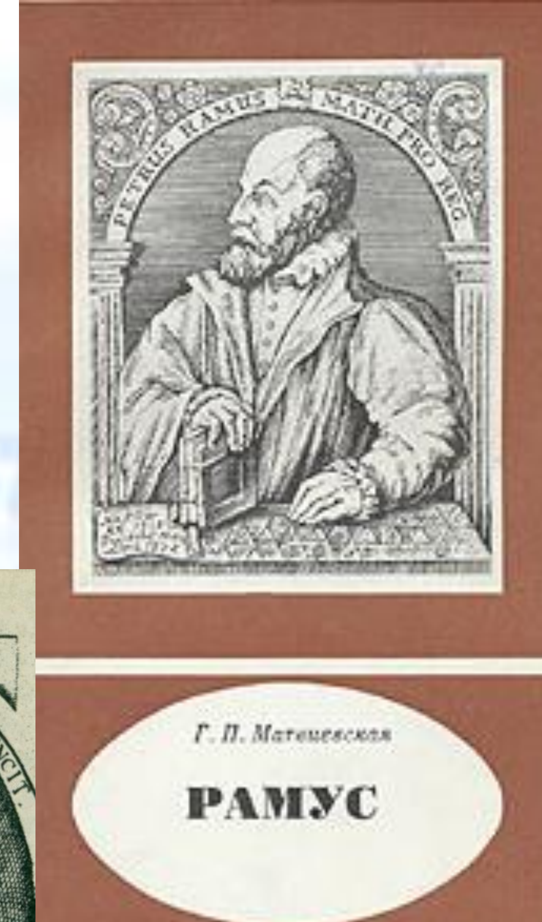
✓Пятая – со сферической теоремой косинусов

Исследователи, изучавшие текст «Пяти книг о треугольниках» Региомонтана, неизменно подчеркивали последовательность, логичность и систематичность изложения материала первых четырех книг, но пятая книга всегда вызывала ощущение некоторой незавершенности, отклонения от тех требований совершенства изложения, которые Региомонтан стремился выдержать в первых четырех. И это несмотря на то, что в конце оригинала этой короткой, состоящей всего из 15 предложений книги рукою автора начертано «finis».

Петр Рамус (1515-1572)


P. RAMI, REGII
ELOQVENTIAE ET
PHILOSOPHIAE PROFES-
ſoris, Animaduerſionum Ariſto-
telicarum libri xx.
nunc demùm ab authore recogniti & aucti:
AD
CAROLVM LOTHARINGVM
CARDINALEM.

PARISIIS,
Apud Andream Wecbelum, ſub Pegaſo, in
vico Bellouaco: Anno ſalutis
1556.
Cum priuilegio Regis.




P. RAMI ARITHMETICAE LIBRI DVO: GEOMETRIAE SEPTEM ET VIGINTI

BASILEAE, PER EVSEBIVM Episcopium, & Nicolai fratris haeredes.

ANNO M. D. LXIX.

- ❖Арифметика – искусство хорошо считать
- ❖геометрия – искусство хорошо измерять,
- ❖логика – искусство хорошо рассуждать,
- ❖риторика – искусство хорошо произносить речи,
- ❖грамматика – искусство хорошо разговаривать.


GEOMETRIAE LIB. X. 73

ctarũ linearum ejusmodi est in longitudine, altitudine, latitudine, unde pictor architectus, cosmographus loci cujuslibet insignis fenestras, statuas, pyramides, signa, denique lõgitudinem & altitudinem dimensione simplici aut duplici, latitudinem tantum duplici, id est locorum omnium naturam symmetriamq; perspiciet. Ut in subjecto exemplo liceat experiri.

P. RAMI GEOMETRIAE LIB. X.
de triangulato & parallelogrammo.

Atque haec de geodaesia linearum rectarum é triangulis rectangulis, sequitur de triangulato.

1. *Triangulatum est rectilineum compositum é triangulis.*

Antea (ut dichotomia servaretur) é linea factum est lineatum ad significandum genus superficiei & corporis, ita modo fit eadem de caussa é triangulo triangulatum ad exponendum genus quadrilateri & multilateri, & quidem justius etiam, quam antea in lineato. Triangula enim triangulatum componunt, non autem lineae lineatum. Itaque

1. *Triangulati latera sunt binario plura triangulis.*

Ut quadranguli latera sunt 4, triangula ipsum quadrilaterum componentia 2: Quinquanguli latera 5, triangula 3. Sexanguli latera 6, triangula 4, & sic deinceps, ut hic. & quidem minimum illud est.

k Potest

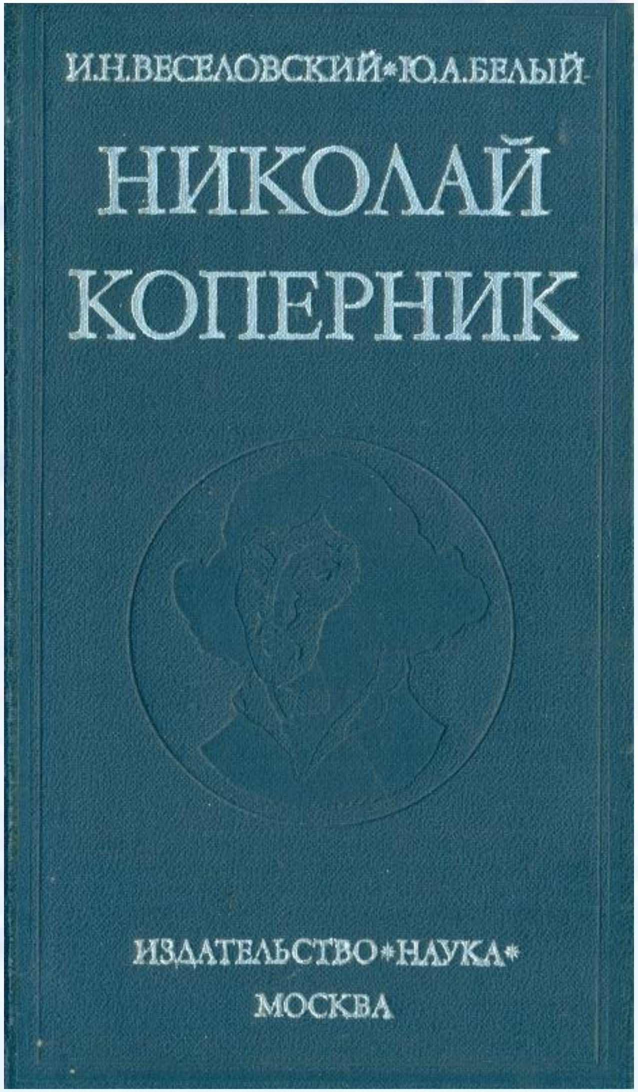
«Арифметика»

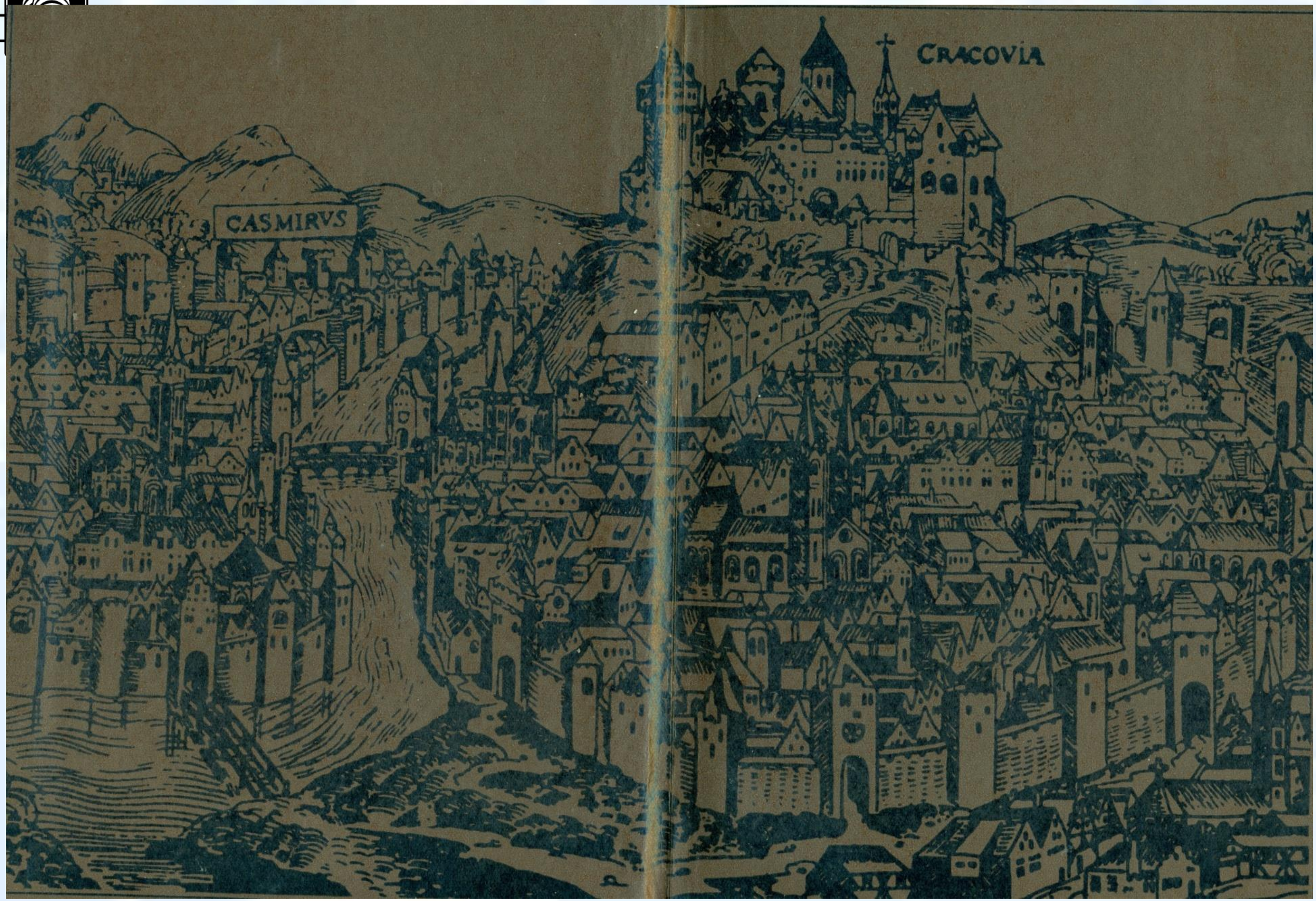
«Алгебра»

«Геометрия»

«Математическое введение» (первый труд по истории математики)

Николай Коперник (1473-1543)




CASMIRVS
CRACOVIA

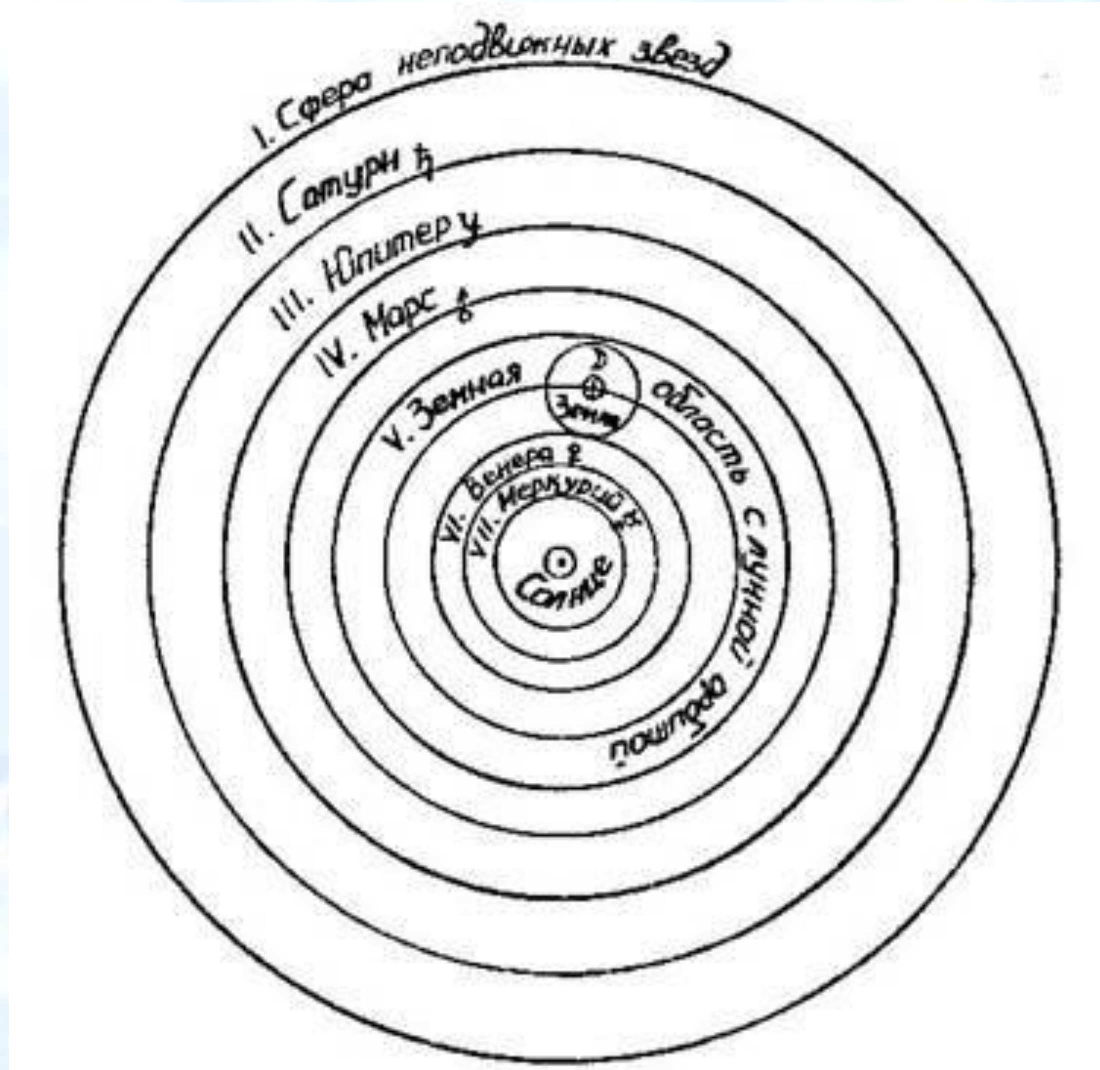
NICOLAI
COPERNICI TO-
RINENSIS DE REVOLVTIONI-
bus orbium cœlestium,
Libri VI.

IN QVIBVS STELLARVM ET FI-
XARVM ET ERRATICARVM MOTVS, EX VETE-
ribus atq; recentibus obseruationibus, restituit hic autor.
Præterea tabulas expeditas luculentasq; addidit, ex qui-
bus eosdem motus ad quoduis tempus Mathe-
matum studiosus facillime calcu-
lare poterit.

ITEM, DE LIBRIS REVOLVTIONVM NICOLAI
Copernici Narratio prima, per M. Georgium Ioachi-
mum Rheticum ad D. Ioan. Schone-
rum scripta.

Cum Gratia & Privilegio Caes. Maiest.

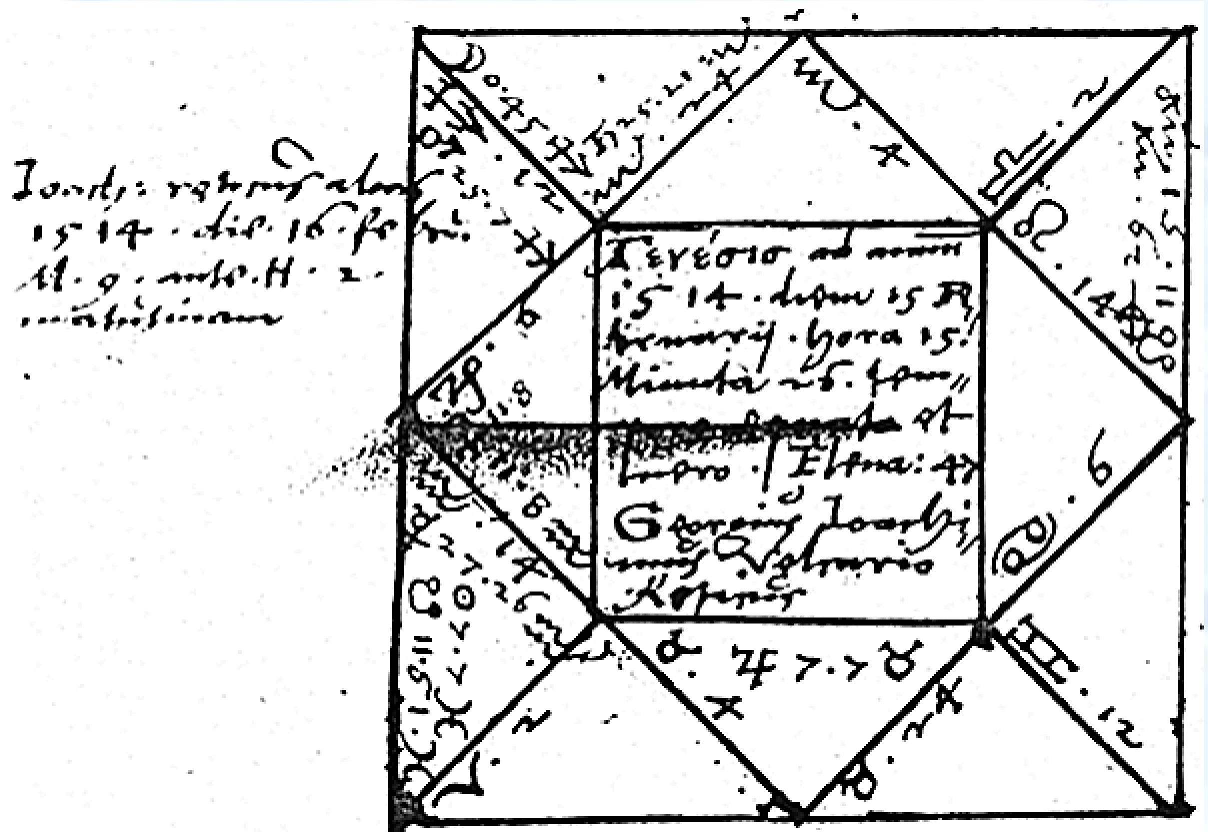
BASILEAE, EX OFFICINA
HENRICPETRINA.



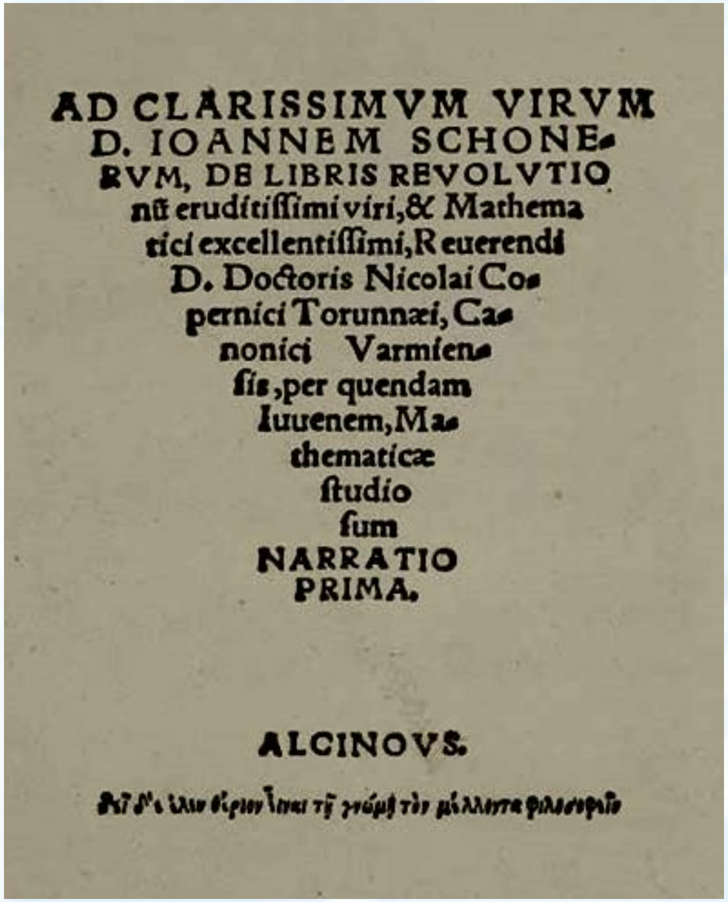
http://biblioteka.cc/topic/13105-o-vrashenii-nebesnih-sfer-malii-kommentarii-nik/

- орбиты и небесные сферы не имеют общего центра;
- центр Земли — не центр вселенной, но только центр масс и орбиты Луны;
- все планеты движутся по орбитам, центром которых является Солнце, и поэтому Солнце является центром мира;
- расстояние между Землёй и Солнцем очень мало по сравнению с расстоянием между Землёй и неподвижными звёздами;
- суточное движение Солнца — воображаемо, и вызвано эффектом вращения Земли, которая поворачивается один раз за 24 часа вокруг своей оси, которая всегда остаётся параллельной самой себе;
- Земля (вместе с Луной, как и другие планеты), обращается вокруг Солнца, и поэтому те перемещения, которые, как кажется, делает Солнце (суточное движение, а также годичное движение, когда Солнце перемещается по Зодиаку) — не более чем эффект движения Земли;
- это движение Земли и других планет объясняет их расположение и конкретные характеристики движения планет.

Георг Иоахим фон Лаухен (Ретик) 1514-1574



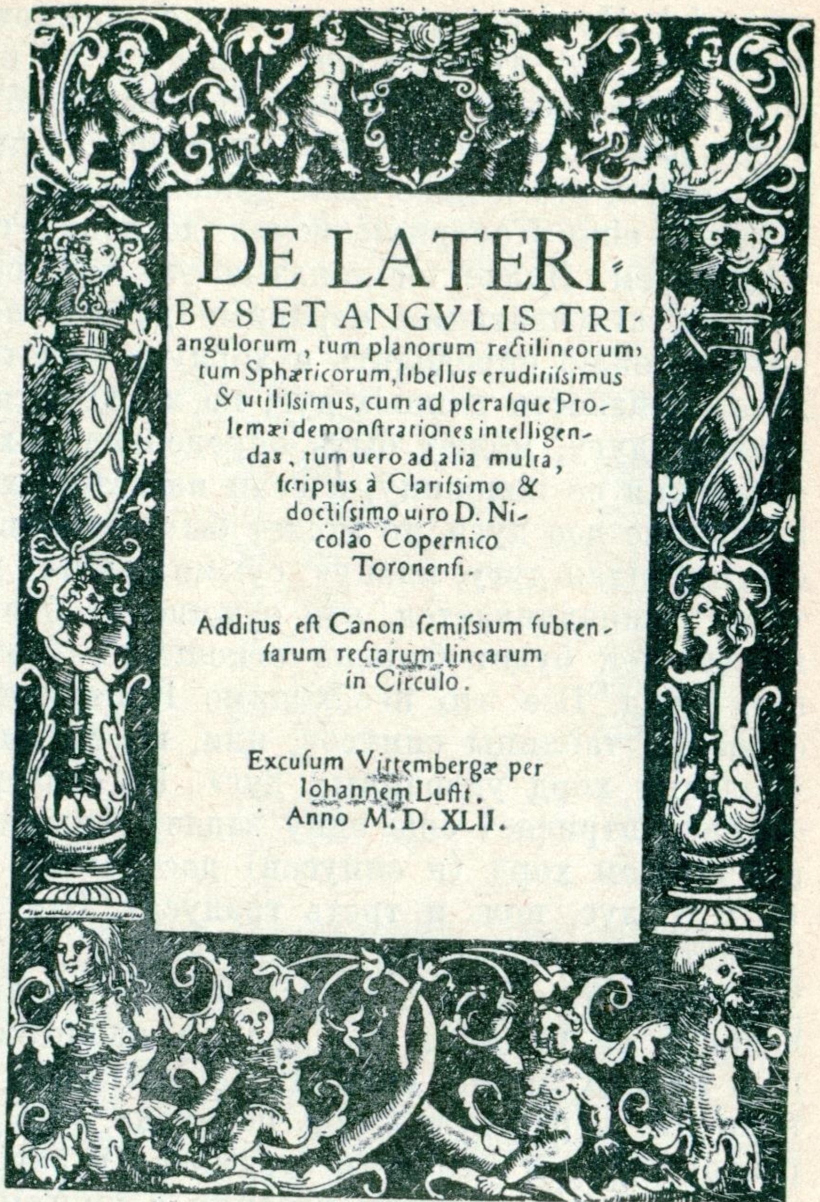
Георг Иоахим фон Лаухен (Ретик) 1514-1574



AD CLARISSIMVM VIRVM
D. IOANNEM SCHONE-
RVM, DE LIBRIS REVOLVTIO
nũ eruditiſſimi viri, & Mathema
tici excellentiſſimi, Reuerendi
D. Doctoris Nicolai Co-
pernici Torunnæi, Ca-
nonici Varmien-
ſis, per quendam
Iuuenem, Ma-
thematicæ
ſtudio
ſum
NARRATIO
PRIMA.

ALCINOVS.

http://www.lindahall.org/services/digital/ebooks/rheticus/



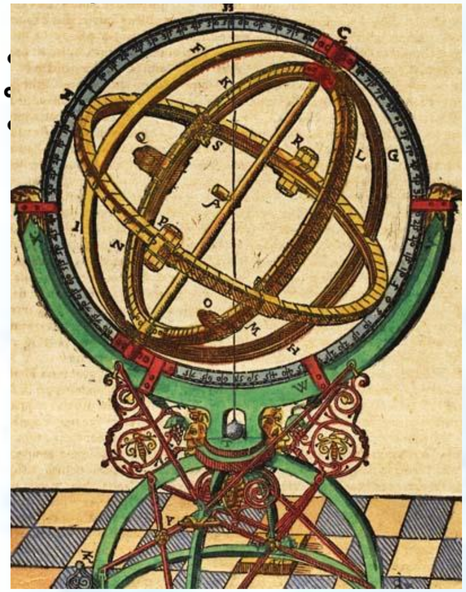
DE LATERI-
BVS ET ANGVLIS TRI-
angulorum, tum planorum rectilineorum,
tum Sphæricorum, libellus eruditissimus
& utilissimus, cum ad plerasque Pto-
lemæi demonstrationes intelligen-
das, tum uero ad alia multa,
scriptus à Clarissimo &
doctissimo uiro D. Ni-
colao Copernico
Toronensi.

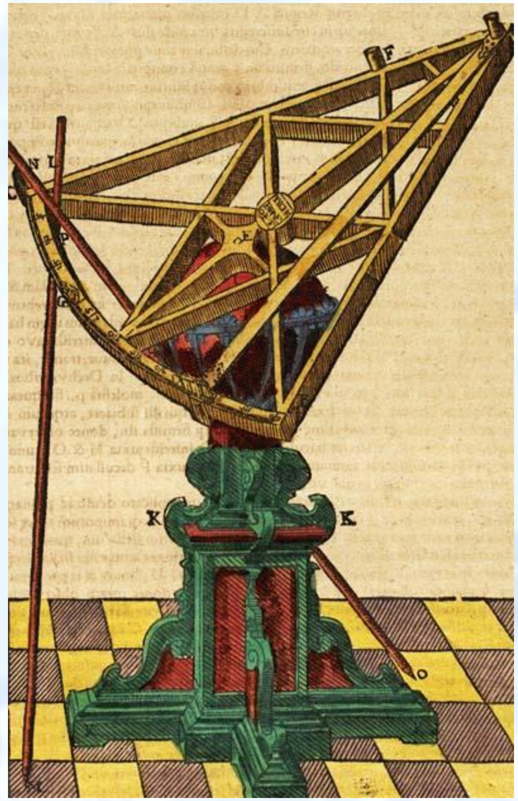
Additus est Canon semissium subten-
sarum rectarum linearum
in Circulo.

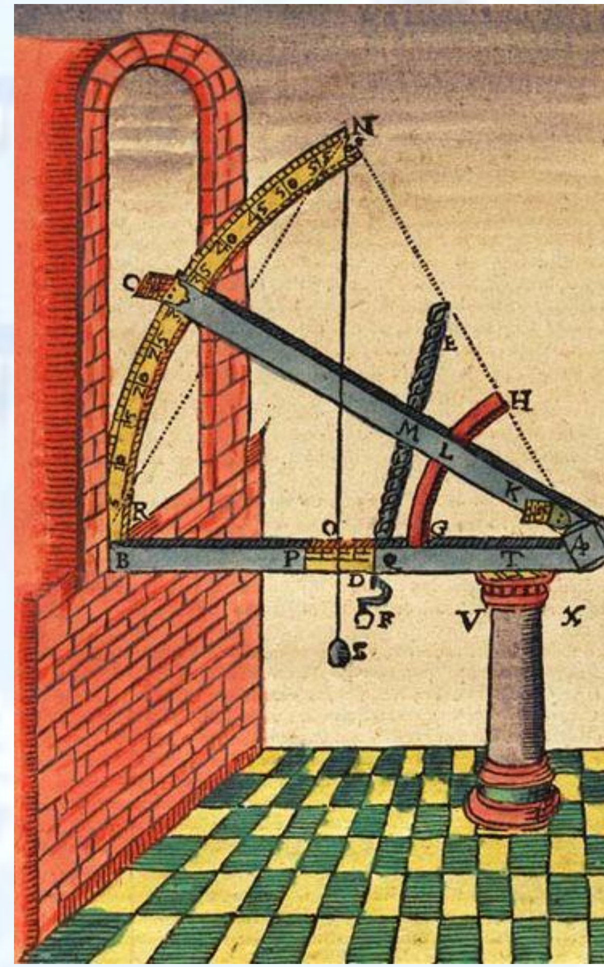
Excusum Vittembergæ per
Iohannem Lufft.
Anno M. D. XLII.

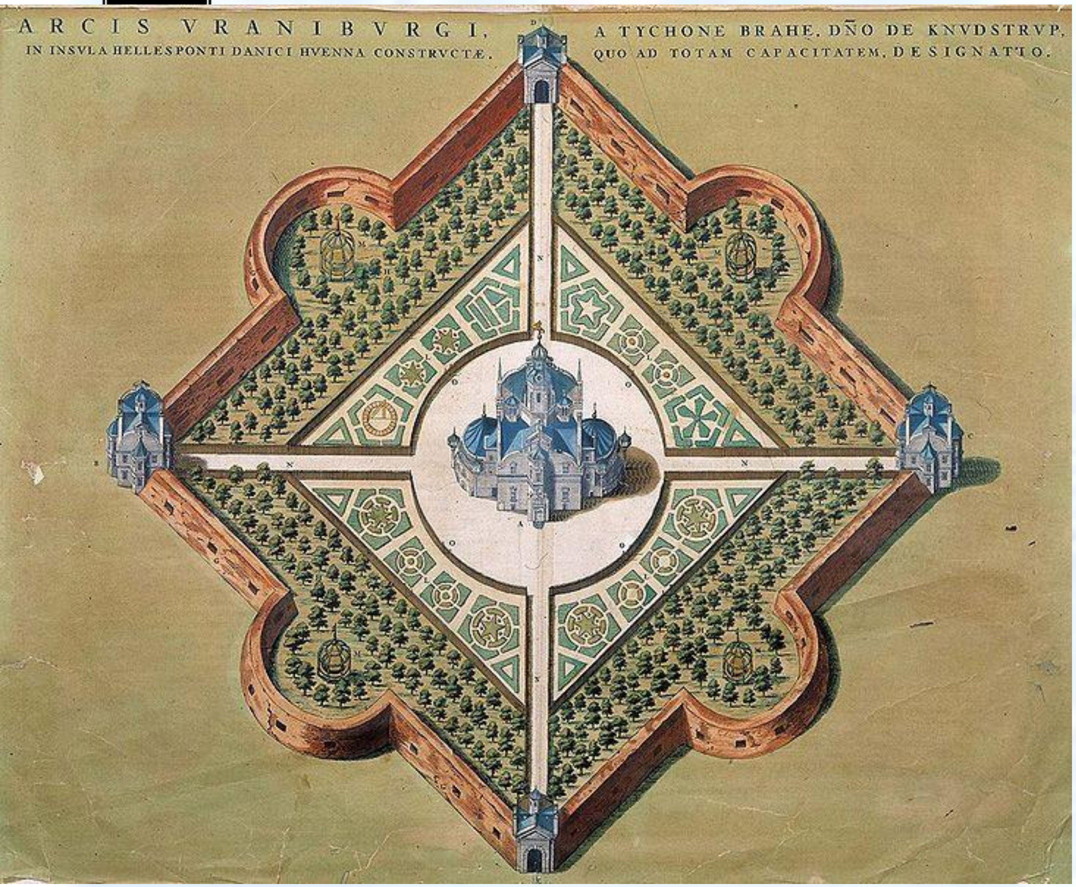


Тихо Браге (1546 - 1601)



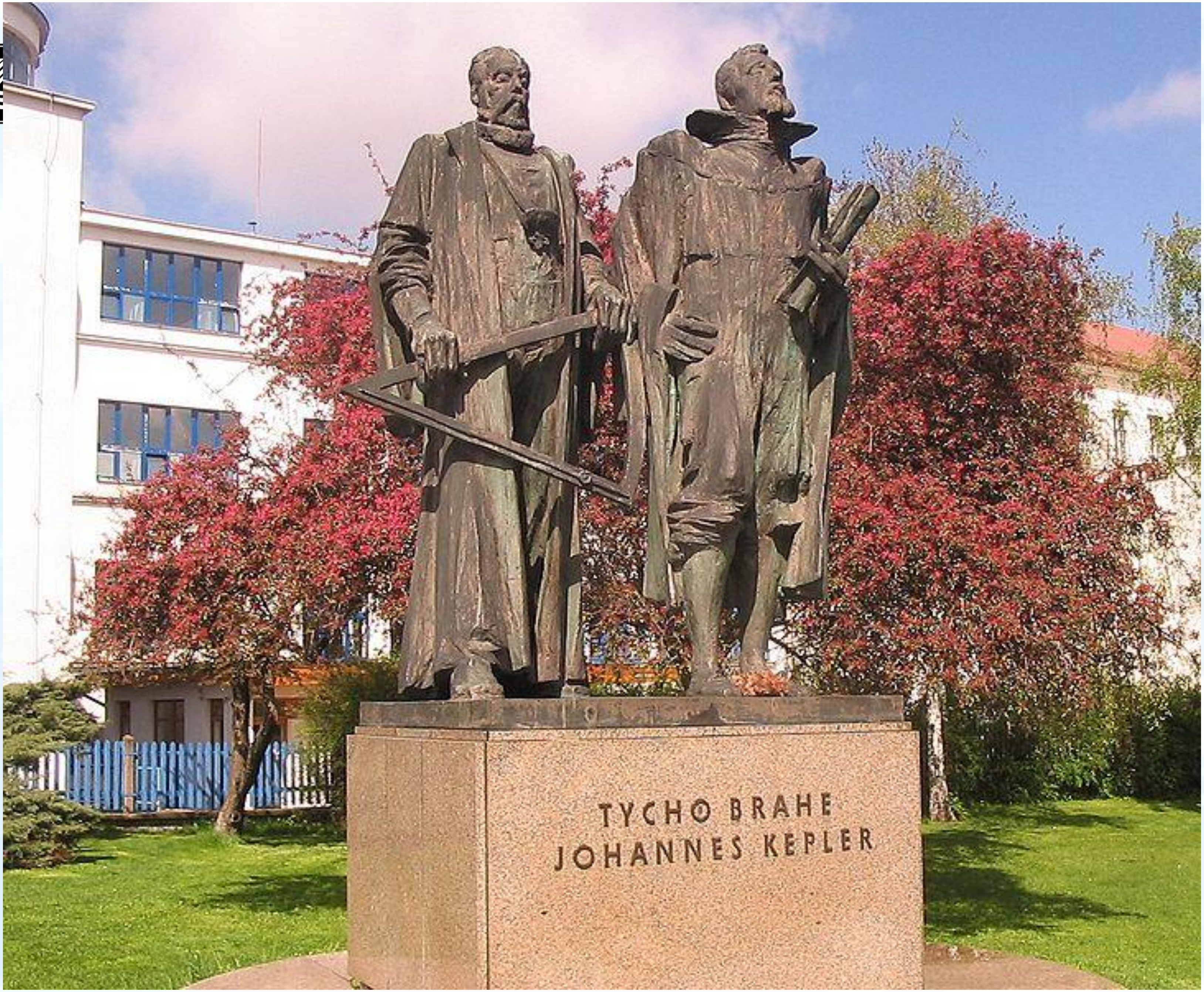




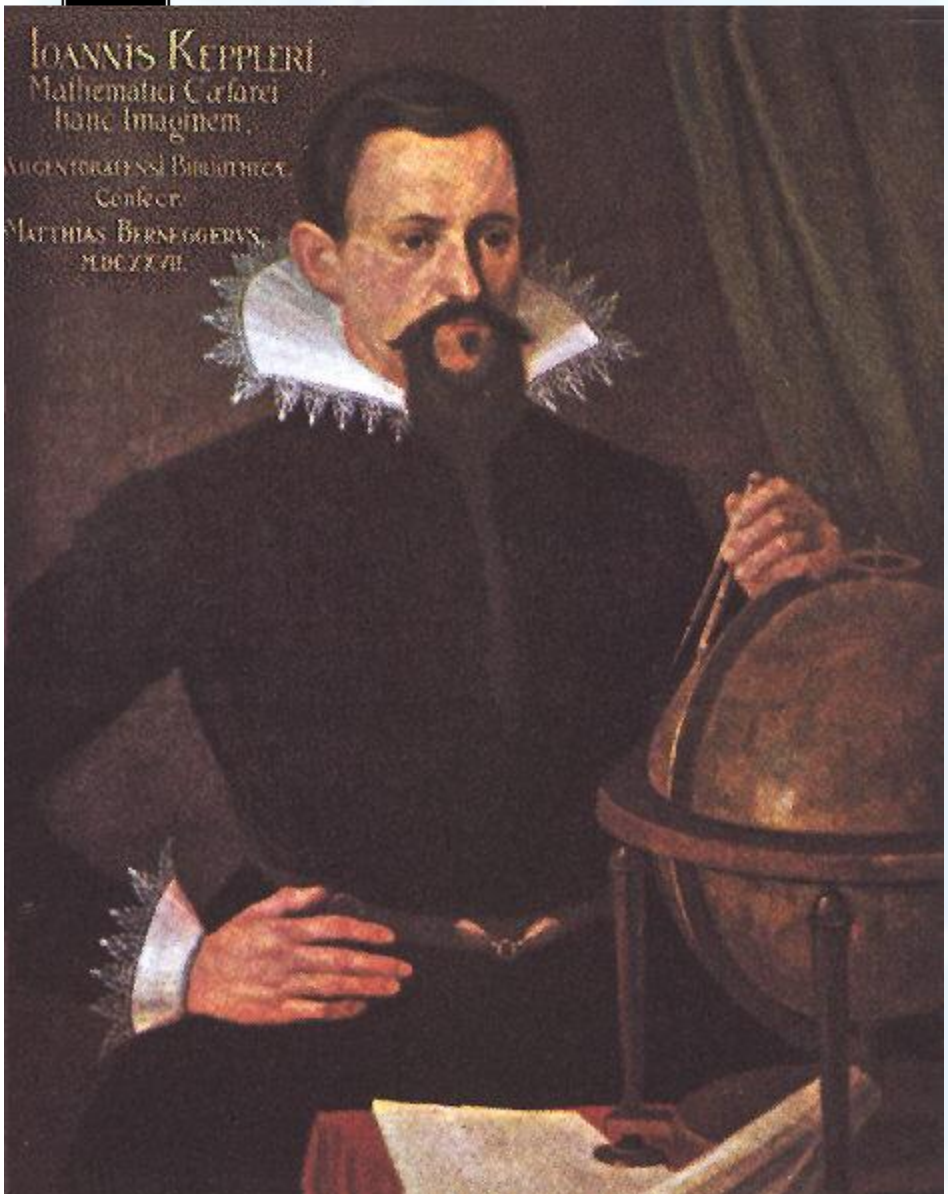

ARCIS VRANIBVRGI,
A TYCHONE BRAHE, DÑO DE KNVDSTRVP,
IN INSVLA HELLESPONTI DANICI HVENNA CONSTRVCTÆ,
QVO AD TOTAM CAPACITATEM, DESIGNATIO.

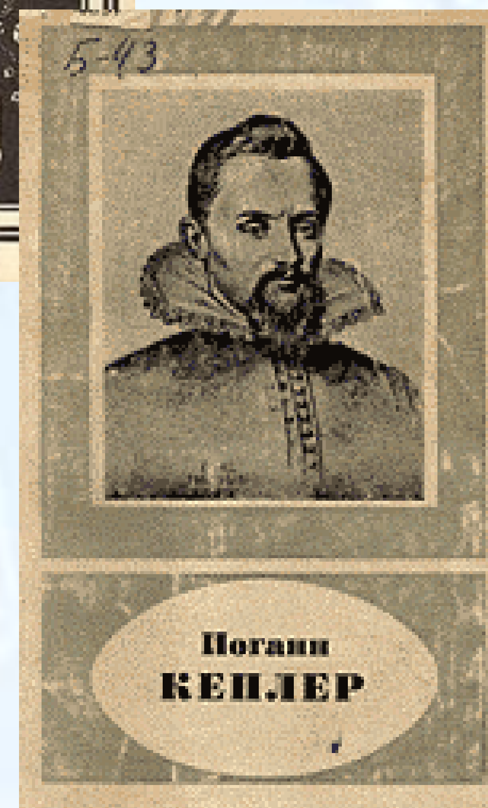

PLANISPHÆRIVM
Sive
MVNDI TOTIVS
TYCHONIS
PLANO
BRAHEVM
Structura
EX HYPOTHESI
BRAHEI IN
DELINEATA

Я полагаю, что старое птолемеево расположение небесных сфер было недостаточно изящным, и что допущение такого большого количества эпициклов… следует считать излишним… В то же время я полагаю, что недавнее нововведение великого Коперника… делает это, не нарушая математических принципов. Однако тело Земли велико, медлительно и непригодно для движения… Я без всяких сомнений придерживаюсь того, что Земля, которую мы заселяем, занимает центр Вселенной, что соответствует общепринятым мнениям древних астрономов и натурфилософов, что засвидетельствовано выше Священным Писанием, и не кружится в годичном обращении, как желал Коперник


TYCHO BRAHE
JOHANNES KEPLER

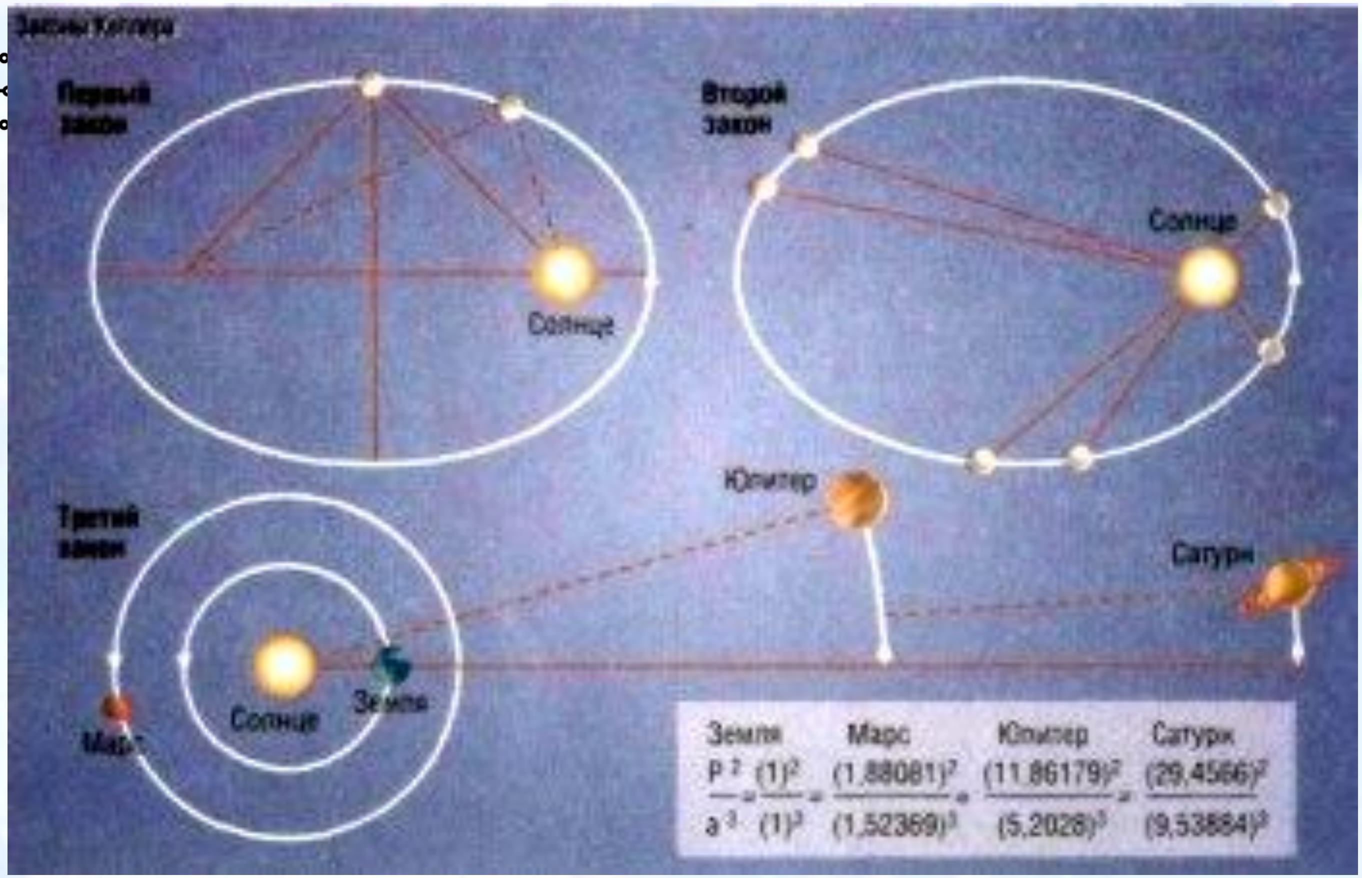
Иоганн Кеплер(1571 - 1630)






Horoscopium gestellet durch
Ioannem Kepplerum
1608.
XI. X. IX.
XII.
VIII.
I.
VII.
II.
VI.
III. IV. V.
Der Edel Herr /
von Walstein.

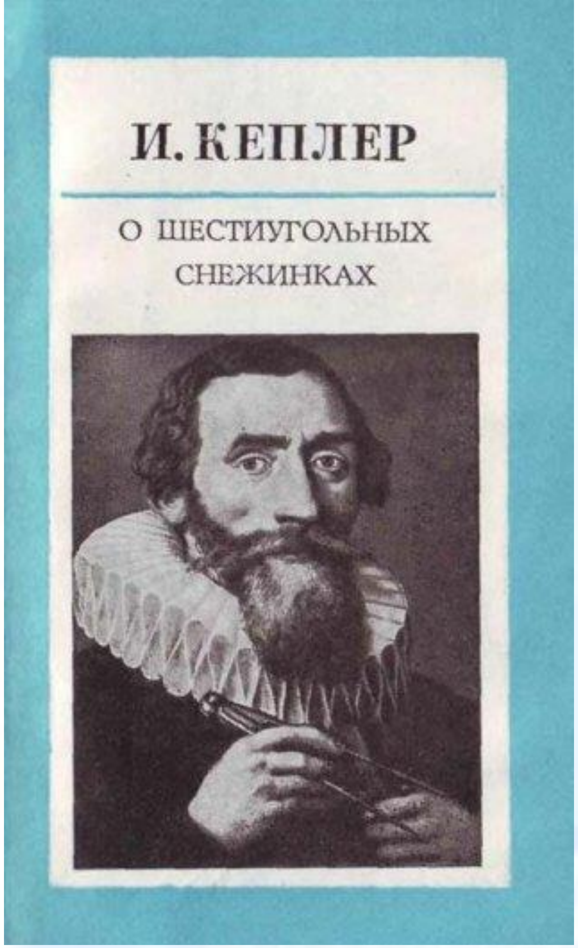

IOHANNES KEPLERUS ASTRONOMUS. S. CÆS. MAIEST. ET ORDD. AUSTRIÆ MATHEMATICUS.

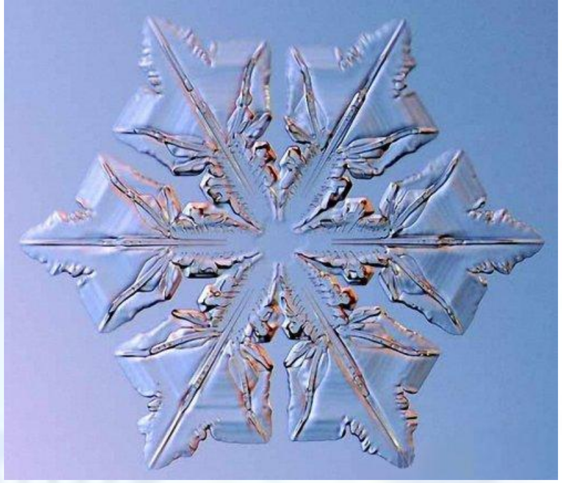


❖орбита планеты относительно Солнца есть эллипс, в фокусе которого находится Солнце

❖площадь, описываемая радиусом-вектором планеты, пропорциональна времени, в течение которого она описана

❖квадраты времен обращения 2 планет вокруг Солнца относятся как кубы больших полуосей их орбит





«Человеку этому на роду написано проводить время главным образом за решением трудных задач, отпугивающих других… Загадки и хитроумнейшие шутки доставляли ему живейшую радость, с аллегориями он забавлялся, прослеживая их до мельчайших подробностей, и лишь затем “хватал их за волосы”. Когда он писал о каких-либо проблемах, особую радость доставляли ему парадоксы... Выступая оппонентом на диспутах, он всегда утверждал лишь то, что действительно думал. Описывая свои открытия, он всегда привносил в чистовой вариант нечто новое по сравнению с черновиком. Математику любил превыше других учёных занятий.» (Автогороскоп)

Снежинки под микроскопом: http://fishki.net/48235-snezhinki-pod-mikroskopom-24-foto.html

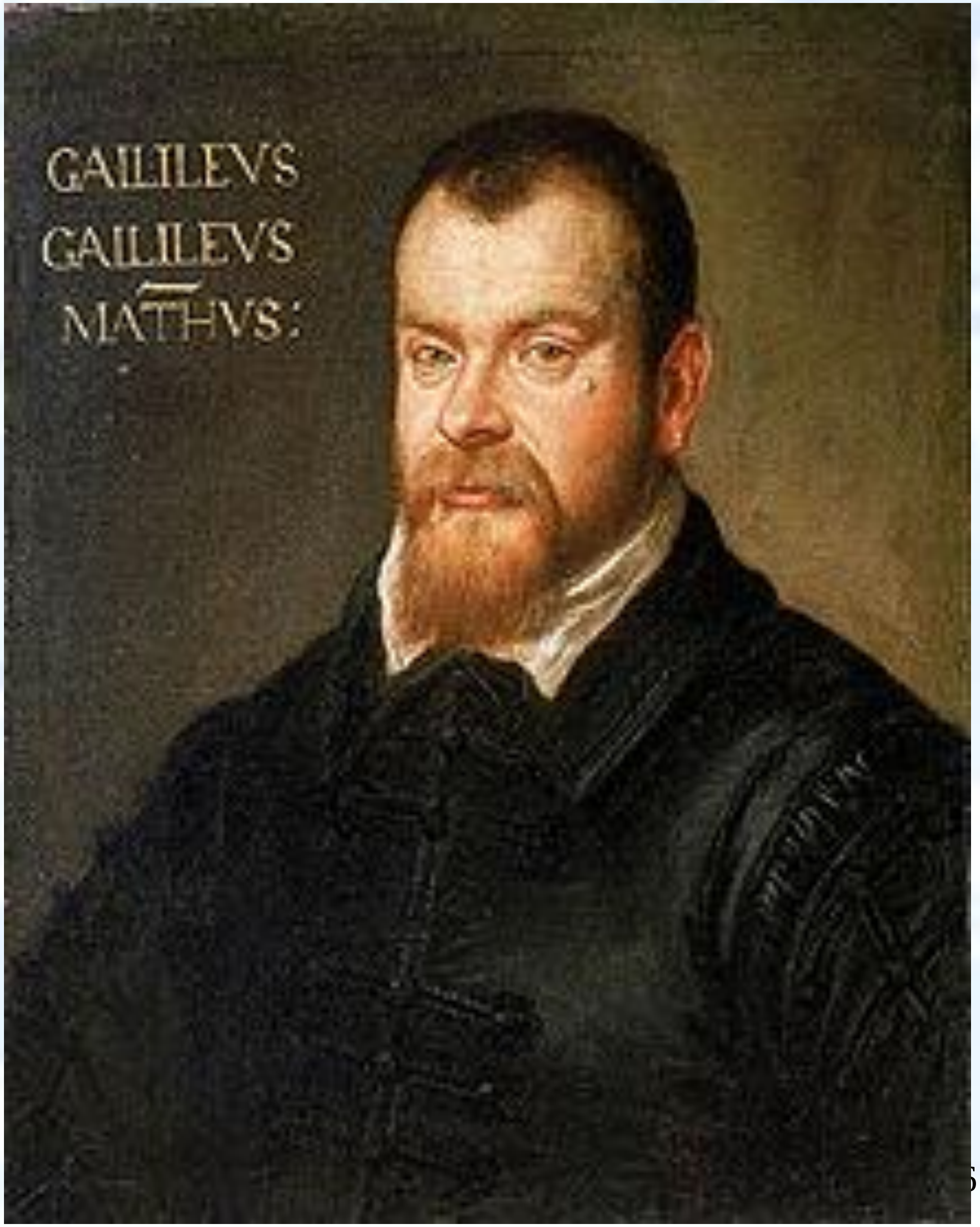
Шевченко В. Сценография Кеплера: http://www.veer.info/61/31.htm

Фронтиспис «Рудольфовых таблиц»


DDR
50
*1571
Jo. Kepler
STAUF
VOLKAMER

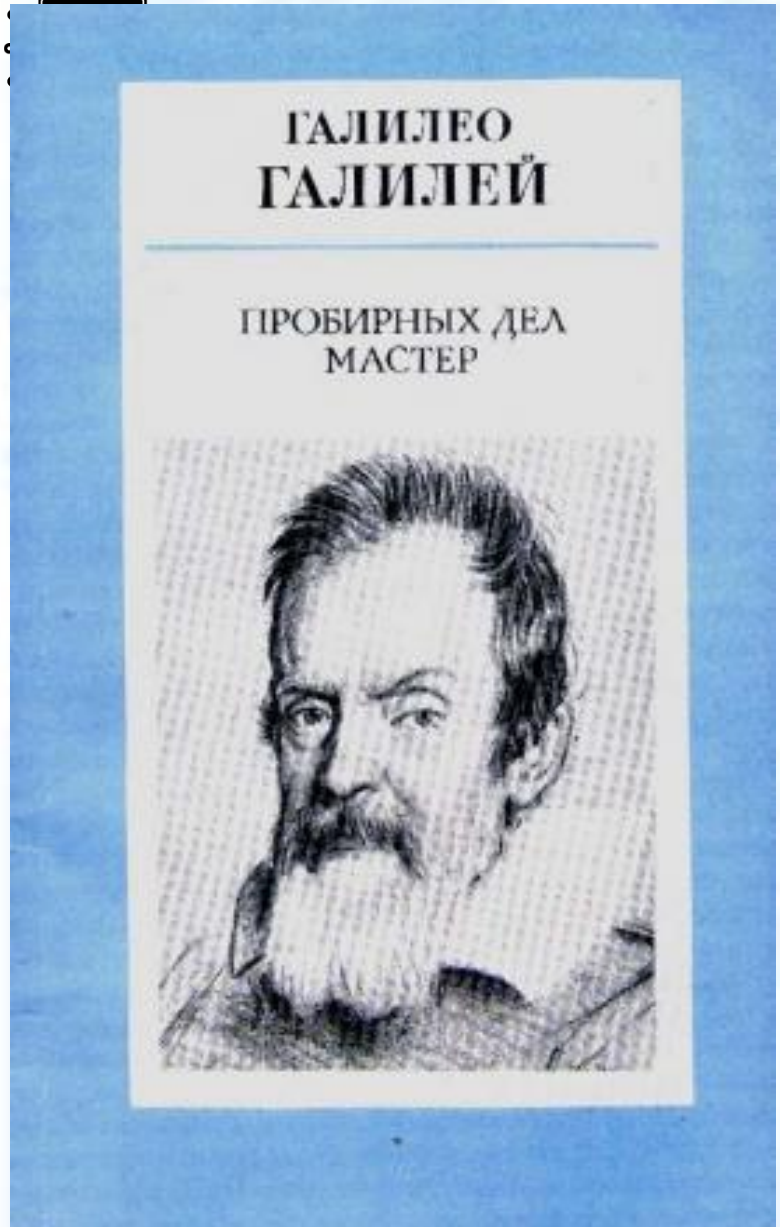

IOHANNES KEPLERUS ASTRONOMUS. S. CÆS. MAIEST. ET ORDD. AUSTRIÆ MATHEMATICUS.

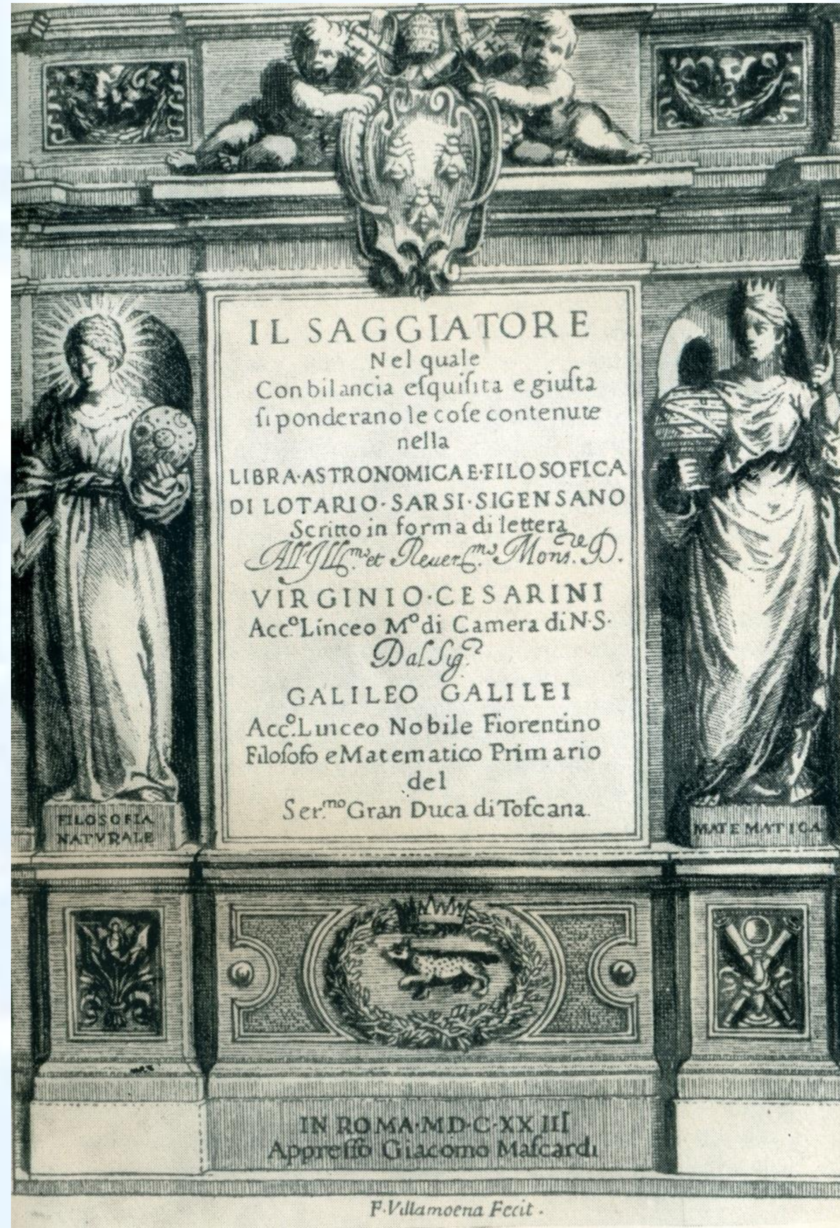
Галилео Галилей (1564 – 1642)



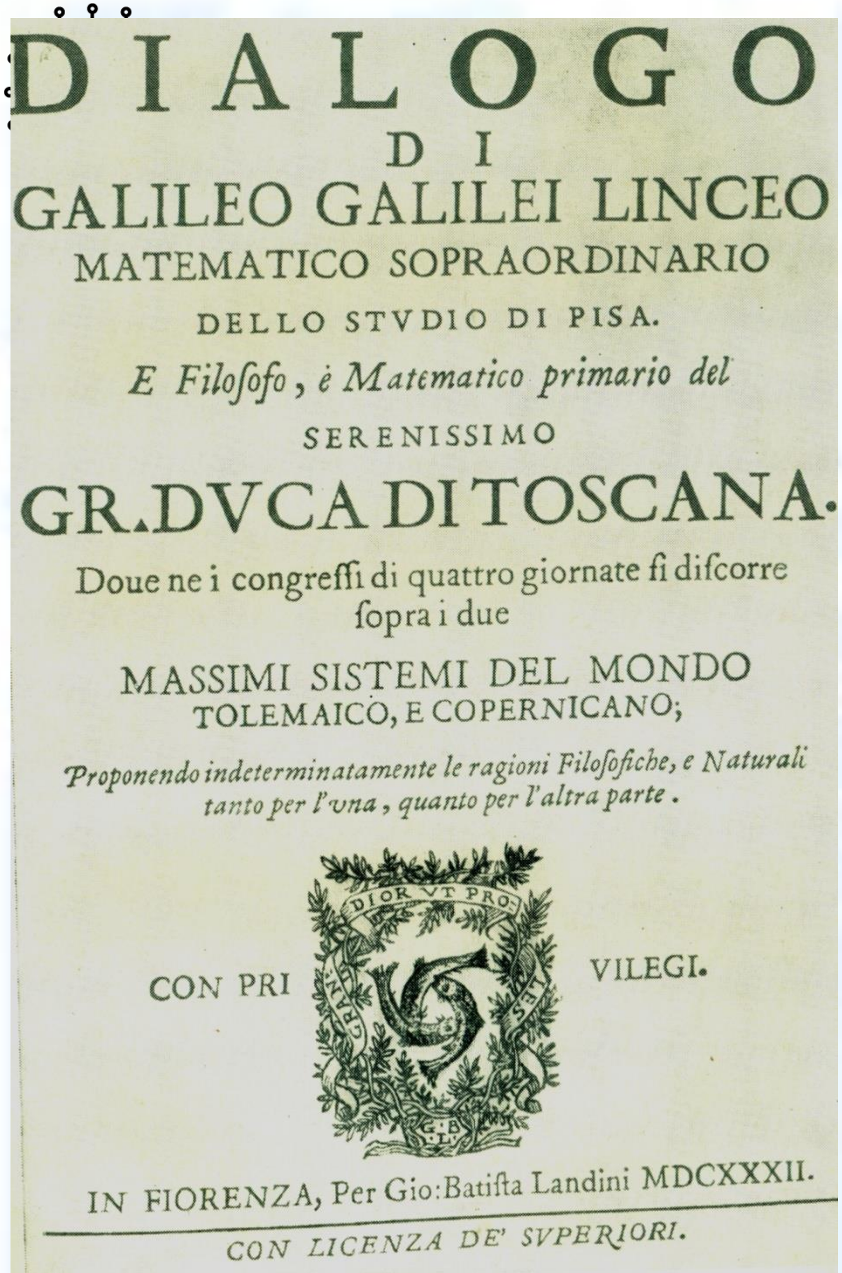
Кузнецов Б.Г. Галилей -
М.: Наука, 1964.

«Звёздный вестник» (1610)




IL SAGGIATORE
Nel quale
Con bilancia esquisita e giusta
si ponderano le cose contenute
nella
LIBRA·ASTRONOMICA·E·FILOSOFICA
DI LOTARIO·SARSI·SIGENSANO
Scritto in forma di lettera
All'Ill.mo et Reuer.mo Mons.r D.
VIRGINIO·CESARINI
Acc.o Linceo M.o di Camera di N·S·
Dal Sig.r
GALILEO GALILEI
Acc.o Linceo Nobile Fiorentino
Filosofo e Matematico Primario
del
Ser.mo Gran Duca di Toscana.

IN ROMA·MD·C·XXIII
Appresso Giacomo Mascardi
F. Villamoena Fecit.



DIALOGO
DI
GALILEO GALILEI LINCEO
MATEMATICO SOPRAORDINARIO
DELLO STVDIO DI PISA.

E Filosofo, è Matematico primario del

SERENISSIMO

GR. DVCA DI TOSCANA.

Doue ne i congressi di quattro giornate si discorre sopra i due

MASSIMI SISTEMI DEL MONDO
TOLEMAICO, E COPERNICANO;

Proponendo indeterminatamente le ragioni Filosofiche, e Naturali tanto per l'vna, quanto per l'altra parte.

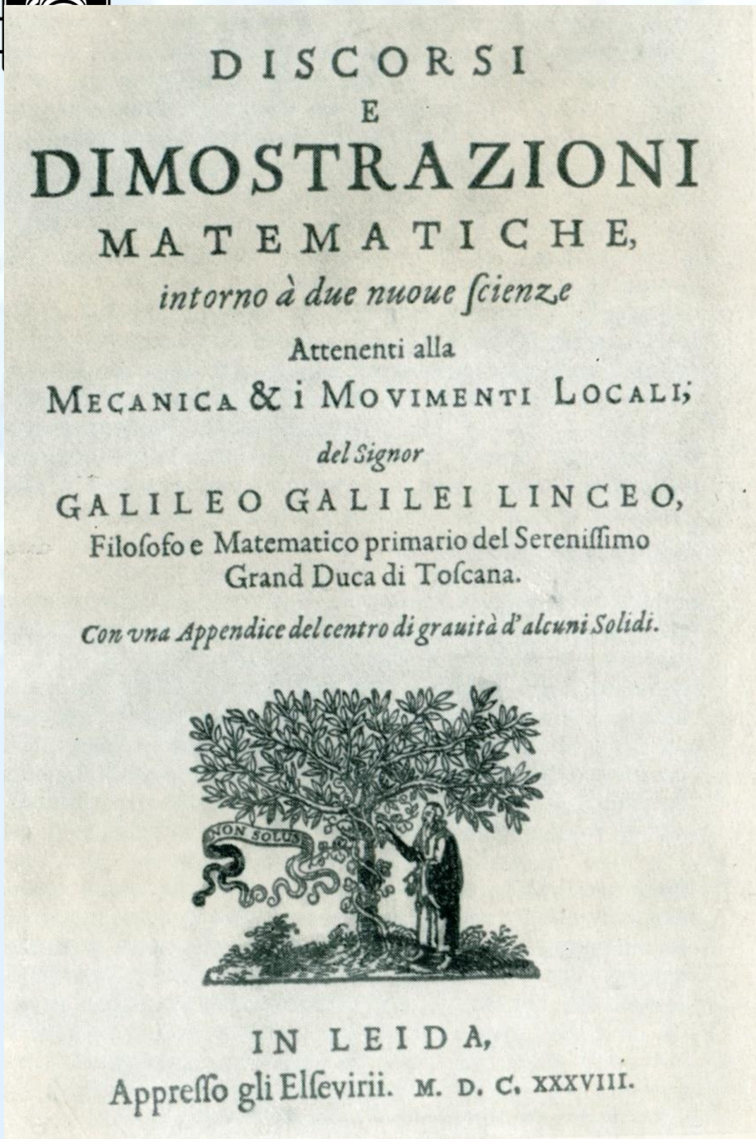
CON PRIVILEGI.

IN FIORENZA, Per Gio: Batista Landini MDCXXXII.

CON LICENZA DE' SVPERIORI.

http://fregimus.livejournal.com/227150.html

http://fregimus.livejournal.com/227654.html

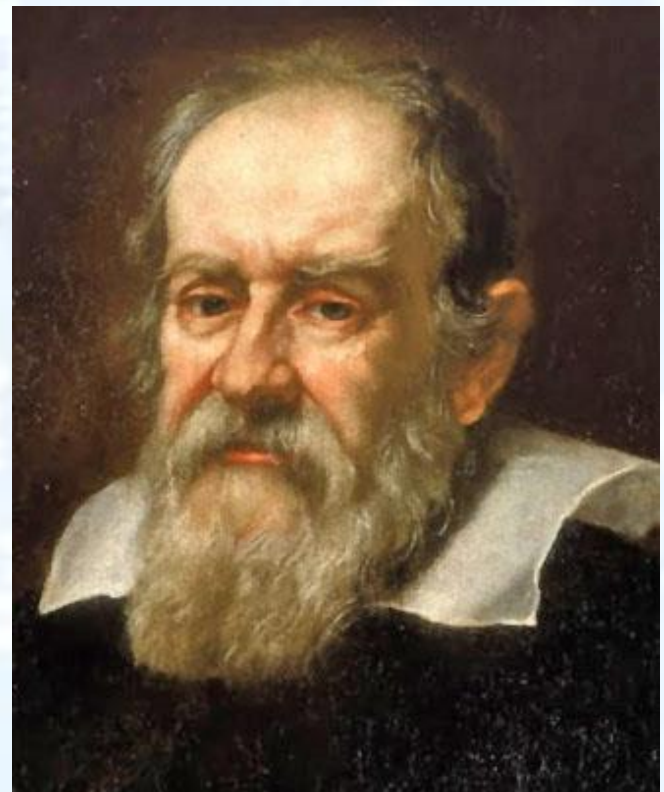

DISCORSI
E
DIMOSTRAZIONI
MATEMATICHE,
intorno à due nuoue ſcienze
Attenenti alla
MECANICA & i MOVIMENTI LOCALI;
del Signor
GALILEO GALILEI LINCEO,
Filoſofo e Matematico primario del Sereniſſimo
Grand Duca di Toſcana.
Con una Appendice del centro di grauità d'alcuni Solidi.

NON SOLUS

IN LEIDA,
Appreſſo gli Elſevirii. M. D. C. XXXVIII.

«Диалоги»: *Тело, предоставленное самому себе, продолжает двигаться*

«Беседы»: *Падающие тела движутся с неизменным ускорением*



Спасибо за внимание!